ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 DÉCEMBRE 1945.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE CAULLERY.

RENOUVELLEMENT ANNUEL
DU BUREAU ET DES COMMISSIONS ADMINISTRATIVES.

M. **Louis Blaringhem** est élu Vice-Président pour l'année 1946 par l'unanimité des suffrages exprimés.

Par la majorité absolue des suffrages M. **Émile Borel** est élu Membre des Commissions administratives. M. **Gabriel Bertrand** est réélu.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** signale que la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 12 décembre au lieu du lundi 10, jour de la séance publique annuelle de l'Académie des Sciences Morales et Politiques.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Lundi dernier nous est parvenue la nouvelle de la mort subite, à Paris, le 25 novembre, de notre Confrère **Augustin-Georges-Albert Charpy**, Membre de la Section des Applications de la Science à l'Industrie. Il en était le doyen et y avait été le troisième des six élus lors de sa création en 1918. Né à Oullins (Rhône) le 1er septembre 1865, il venait d'avoir 80 ans. Il avait encore assisté à une de nos dernières séances et son aspect physique était loin de souligner son âge, ni de faire craindre sa disparition prochaine.

Entré à l'École Polytechnique en 1885, il s'était, dès sa sortie, en 1887, consacré à la Chimie et avait fait, dans les laboratoires de l'École, une

thèse de doctorat sur les solutions salines, soutenue en 1892; elle présentait, sur ce sujet classique, des méthodes et des idées nouvelles. Cette même année (1892), il devenait ingénieur au laboratoire d'Artillerie de la Marine et, en raison de ses nouvelles fonctions, ses recherches s'orientaient vers l'étude des métaux et de leurs alliages. En 1898 il entrait à la Compagnie de Châtillon et Commentry, où il devenait rapidement sous-directeur technique. En 1920 il était nommé sous-directeur général de la Compagnie des Aciéries de la Marine et Homécourt. Dans ces deux grandes sociétés industrielles, il a joué un rôle de premier plan, en ne se laissant pas absorber par les occupations journalières de l'ingénieur, mais en s'attachant constamment, sur le plan de la recherche scientifique, à l'élaboration de procédés de fabrication nouveaux, permettant d'appliquer, de façon pratique, à chaque problème, si infime fût-il, des méthodes scientifiques de haute précision, confinées jusque-là dans les laboratoires, de mesurer très exactement la grandeur des facteurs en jeu et les conditions optima de chaque opération. C'est là ce qu'on peut appeler la Science industrielle, et son rôle y a été considérable. Il y a été, comme le disait notre Confrère H. Le Chatelier, un maître incontesté et il a fait œuvre de novateur. Il a réussi d'ailleurs, par l'emploi des méthodes scientifiques, à donner une supériorité indéniable aux produits de ses usines, sans manquer de réaliser en même temps des prix de revient avantageux.

Charpy a été, avec Osmond et avec H. Le Chatelier, l'un des trois fondateurs de la Science des alliages en France; au laboratoire de la Marine, il a étudié la trempe de l'acier (1895), les alliages de cuivre et zinc (1896), la structure des alliages métalliques (1897), les alliages blancs, dits antifrictions (1898). Chacun de ces mémoires a apporté des progrès substantiels, d'ordre tant théorique que pratique. A Châtillon-Commentry, en dépit d'occupations journalières absorbantes, il n'a pas cessé de faire des recherches, pratiquées avec des collaborateurs dont il dirigeait le travail. Elles ont porté surtout sur les aciers et les fontes, sur des méthodes permettant de mesurer la fragilité des aciers.

On ne saurait oublier ses recherches sur le carbone en solution dans le fer, sur le graphite et l'acide graphitique; sur l'action réductrice du carbone sur l'oxyde de fer et sur le fer métallique (cémentation, rôle des gaz). Il a montré que le carbone se séparait du fer à l'état de graphite, même dans les conditions de très hautes pressions où Moissan avait cru réaliser le diamant.

Dans toute l'industrie du fer et de l'acier, par l'analyse des conditions de la fabrication et par la précision du contrôle, il a réalisé des progrès multiples, dans le détail desquels il n'est pas possible d'entrer ici. Les usines qu'il dirigeait étaient à la tête du progrès industriel, grâce au talent et à la conscience avec lesquels il remplissait le rôle du chef. Il laisse, à

cet égard, un exemple que l'on ne saurait trop rappeler et mettre en valeur. Il a eu aussi, dès ses débuts, sur l'enseignement de la Chimie un rôle non négligeable, par les *Leçons de Chimie* (à l'usage des élèves de Mathématiques spéciales) qu'il a publiées en 1892 avec Henri Gautier et qui ont eu de nombreuses éditions. Cet ouvrage a introduit, en effet, dans l'enseignement (et dans les programmes de l'École Polytechnique) des questions très nouvelles, notamment les principes de la Mécanique chimique fondée sur la thermodynamique. L'enseignement devait d'ailleurs tenir une place importante et brillante dans les dernières années de sa carrière; il fut, en effet, nommé professeur de Métallurgie à l'École Nationale des Mines en 1920 et, en 1922, professeur de Chimie à l'École Polytechnique, chaire qu'il a occupée jusqu'en 1936.

Charpy était resté actif jusqu'à la fin, comme en témoignent les Notes qu'il a publiées jusqu'en 1944, dans nos *Comptes rendus*. Nous avions fréquemment l'occasion de le voir assister à nos séances et de goûter le charme de sa personnalité; rien ne nous faisait prévoir le brusque accident qui vient de l'emporter. J'adresse à tous ses proches nos plus sincères condoléances, avec l'assurance chaleureuse de la sympathie qu'il nous inspirait.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur les ensembles cartésiens.*

Note de M. **Arnaud Denjoy**.

Je considère comme très fâcheuse l'habitude, introduite en Mathématiques depuis 25 ans, de donner aux fonctions additives non négatives d'ensembles cartésiens le nom de mesure. Celui-ci devrait à mon sens être réservé au nombre euclidien invariant dans un déplacement, c'est-à-dire dans un changement d'axes de coordonnées.

I. Dans l'espace U_r à r dimensions une fonction additive, d'ensemble ou pseudo-mesure $\varphi(E)$, se définit de la même manière que les mesures euclidiennes d'ordre r de Jordan et de Borel, en appliquant les principes d'Eudoxe et de Jordan ([1]).

Relativement à un système d'axes coordonnés (S), U_r étant divisé en segments précisés C_k de rang k, $p_i \leqq 2^k x_i < p_i + 1$ (p_i entier, k entier $\geqq 0$, $i = 1, \ldots, r$), on postule que :

1° $\varphi(C_k)$ existe et est donné pour tous les C_k de tout rang;

2° pour une figure élémentaire f_k réunissant un nombre fini de C_k de même rang, $\varphi(f_k)$ existe et vaut la somme $\Sigma\varphi(C_k)$ étendue aux C_k composant f_k.

De là résultent les pseudo-mesures jordaniennes $\varphi_J(E)$, $\varphi_J^e(E)$, $\varphi_J^i(E)$ exacte, extérieure, intérieure d'un ensemble quelconque E. Avec les conditions

---

([1]) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 477.

imposées dans la Note citée aux figures élémentaires approchant E, ces nombres sont indépendants d'un changement d'axes.

En ajoutant les axiomes de Borel, savoir que $\varphi(O)$ et $\varphi(F)$ existent pour tout ensemble ouvert O et pour tout ensemble fermé F, on a la fonction métrique $\varphi(E)$ ou $\varphi_B(E)$ de Borel, ou sinon les fonctions extérieure et intérieure $\varphi_L^e(E)$ et φ_L^i de Lebesgue.

En un point M de U_r, on peut considérer les limites extrêmes du rapport $\varphi(C_k)2^{kr}$ (2^{-kr} est la mesure euclidienne de C_k), pour tous les C_k contenant M à leur intérieur ou sur leur frontière, k croissant. Ces limites seront les nombres dérivés extrêmes de $\varphi(E)$ au point M. L'ensemble des points où ils sont finis et distincts est de mesure euclidienne nulle.

Une fonction d'ensemble à variation bornée $\psi(E)$ est la différence de deux fonctions non négatives minimums $\psi'(E)$, $\psi''(E)$. C'est encore une pseudo-mesure, mais de signe quelconque. Sa variation totale étant

$$\chi(E) = \psi'(E) + \psi''(E),$$

supposons qu'on ait appliqué l'espace cartésien U_r sur un autre espace cartésien V_p de façon que, si E, pour lequel $\chi(E)$ existe, est changé en e dans V_k, la mesure $m(e)$ euclidienne d'ordre r de e, existe et vaille $\chi(E)$.

Je crois et je propose aux géomètres de démontrer que ces hypothèses exigent $p = r$.

Les couples associés (C, G) éventuels ne pourraient pas être admis en toute généralité. Il suffit de faire correspondre les sphères (d'ordres respectifs p et r) concentriques à l'origine et de même rayon dans les deux espaces U_r et V_p pour que la conclusion $p = r$ soit mise en défaut.

Mais, si les continus C, G sont astreints *à ne pas diviser les espaces* U_r, V_p, et nous dirons en ce cas que les décompositions continues Γ, Δ sont *simples* (*a priori* C et G doivent diviser ces espaces en le même nombre de régions), ou si les familles C et G associées sont supposées non denses dans U_r ou dans V_p respectivement, la conséquence $p = r$ serait très vraisemblablement encore exacte.

Soit Γ_0 la décomposition *élémentaire* de U_r uniquement formée de points. Il me paraît certain que les diverses décompositions continues simples de U_r sont homéomorphes entre elles comme l'étant toutes à Γ_0 (l'égalité $p = r$ en résulterait aussitôt).

J'ai montré en 1911 [2] et pour $r = 2$ que, dans une décomposition continue simple Γ du plan U_e, un ensemble d'éléments de Γ homéomorphe à un cercle de Γ_0 divise le plan U_2 en deux régions.

La courbe de Peano réalise une correspondance ponctuelle, continue et semi-continue supérieurement, d'un segment de V_1 à un carré de U_r. A certains points de U_r corres-

(2) *Comptes rendus*, 1911, 153, p. 495.

pondent plusieurs points de V_1, mais en nombre fini (limitable à r^{+1}), donc un ensemble discontinu.

Au cas d'un couple (M, G), si le continu G de V_r a un intérieur G, sans diviser V_n, on regardera M comme une sphère de U_r, à rayon infiniment petit, et où l'on distinguera l'intérieur de M homologue de G dans V_r et la frontière de M, homologue de celle de G, soit G-G.

Même observation dans une correspondance (C, G), C ni G ne divisant pas leurs espaces, l'un étant non dense, l'autre ayant des points inférieurs dans leurs espaces respectifs.

Nous examinerons ultérieurement la possibilité de se rapprocher des conditions précédentes dans l'application de U_r sur V_r de façon que la pseudo-mesure $\varphi(E)$ dans U_r devienne la mesure euclidienne $m(e)$ dans V_r.

$\psi'(E)$ et $\psi''(E)$ se changent en deux fonctions $m'(e)$, $m''(e)$, avec $m'(e)+m''(e)=m(e)$; V_p se décompose en deux ensembles V'_p, V''_p tels que $m'(e)=m(e.V'_p)$, $m''(e)=m(e.V''_p)$ et $\psi(E)=m'(e)-m''(e)$.

L'intégrale de Stieltjes $\int_E f(M)\,d\psi$ apparaît comme le résultat d'un changement de variable effectué sur le point N de V_p devenant le point M de U_r, et pour l'intégrale $\int_e g(N)\,dm$, si $f(M)=g(N)$ pour N dans V'_p, $f(M)=-g(N)$ pour N dans V''_p.

II. Dans cette application de U_r sur V_p la plupart des auteurs ne s'intéressent qu'à l'invariance métrique (ou quasi métrique), les ensembles de mesure ou de pseudo-mesure nulles ne jouant aucun rôle dans cette conception.

De ce point de vue, on sait, ou il est bien aisé de voir que l'on peut toujours prendre $p=1$, quel que soit r. Mais, si l'on s'attache à la conservation des propriétés descriptives (terme que je reprends pour les problèmes cartésiens, depuis que la topologie est mêlée à des considérations où l'opposition fondamentale dans les espaces élémentaires entre la topologie et la métrique est ignorée) pour les ensembles et les fonctions, en particulier au maintien du caractère borélien des ensembles, de leur classe et de celle des fonctions, l'application de U_r sur V_p est soumise à des restrictions importantes, mais avec des conséquences très intéressantes. Il convient alors de faire $p=r$, d'appliquer U_r sur un ensemble V_r de même dimensions.

On sait que, si l'on veut appliquer l'un sur l'autre deux espaces cartésiens V_p et U_r, avec correspondance ponctuelle réciproque, uniforme et continue dans les deux sens, il faut (Brouwer, Baire, Lebesgue etc.) que $p=r$. Je crois que ce théorème peut être très notablement étendu.

Décomposons chacun des espaces U_r et V_p en éléments disjoints, qui sont soit des points, soit des continus (toujours bornés selon nous), U_r réunissant les points M et les continus C, V_p les points N et les continus G.

Nous disons qu'une telle décomposition, appelons-la Γ pour U_r (et Δ pour V_p),

est continue (on pourrait dire semi-continue supérieurement) si toute suite d'éléments de Γ convergente (or, toute famille infinie d'ensembles de U_r ne se réduisant pas à une suite s'éloignant à l'infini contient une suite convergente) a pour ensemble limite un élément de Γ ou une partie d'un élément de Γ.

Supposons que la correspondance de U_r et de V_p consiste en des associations (M, N) ou (M′, G), (C, N′), *mais non pas* en général (C, G), la correspondance étant continue, en ce sens que les suites convergentes d'éléments de Γ et d'éléments de Δ se correspondent, ainsi que les éléments renfermant les limites respectives des suites homologues.

MÉCANIQUE. — *Sur la théorie de la synchronisation.* Note de M. **Jules Haag.**

1. Considérons un oscillateur harmonique soumis à un couple perturbateur de la forme $\lambda K(t, \theta, \theta')$, où λ désigne une constante positive et K une fonction donnée, admettant la période T par rapport à t. L'équation différentielle du mouvement est de la forme

$$\theta'' + \omega^2\theta = \lambda K(t, \theta, \theta'). \tag{1}$$

Faisons les hypothèses suivantes :

$$|\theta| < a, \qquad |\theta'| < b; \tag{2}$$

$$|K(t, \theta, \theta')| < M; \tag{3}$$

$$|K(t, u, u') - K(t, v, v')| < A|u - v| + B|u' - v'|; \tag{4}$$

$$K(t, 0, 0) \neq 0; \tag{5}$$

$$\frac{\omega T}{2\pi} \text{ non entier, } \qquad \text{soit} \qquad k = \frac{1}{2\sin\frac{\omega T}{2}} \text{ fini.} \tag{6}$$

Nous allons montrer que, *si* λ *est assez petit, il existe une solution de période* T et qu'elle est *unique*.

2. Employons la méthode des *approximations successives*. Comme première approximation θ_1, choisissons une fonction quelconque de période T et vérifiant (2). La $n^{\text{ième}}$ approximation sera la solution périodique de l'équation

$$\theta''_n + \omega^2\theta_n = \lambda K(t, \theta_{n-1}, \theta'_{n-1}) = f_n(t). \tag{7}$$

Elle est donnée par la formule

$$\omega\theta_n = k\int_0^T f_n(u)\cos\omega\left(u - t - \frac{T}{2}\right)du + \int_0^t f_n(u)\sin\omega(t - u)\,du. \tag{8}$$

On a θ'_n en remplaçant, au second membre, le cosinus et le sinus par un sinus et un cosinus. En tenant compte de (3), on voit que θ_n et θ'_n vérifient (2) si l'on a

$$\lambda < \frac{a\omega}{MT(|k|+1)}, \qquad \lambda < \frac{b}{MT(|k|+1)}. \tag{9}$$

Posons maintenant $v_n = \theta_n - \theta_{n-1}$ et supposons que l'on ait $|v_n| < \alpha_n$ et $|v'_n| < \omega\alpha_n$. En tenant compte de (4), on voit que v_{n+1} et v'_{n+1} vérifient des inégalités analogues, avec $\alpha_{n+1} = \lambda(A/\omega + B)T(|k|+1)\alpha_n$. Dès lors, choisissons la constante h positive et < 1. Si l'on a

$$\lambda < \frac{h\omega}{(A + B\omega)T(|k|+1)}, \tag{10}$$

les séries v_n et v'_n sont *uniformément convergentes*. Donc θ_n et θ'_n tendent uniformément vers des limites déterminées θ et θ'.

On montre ensuite, en tenant compte de cette convergence uniforme et de (4), que la fonction θ vérifie (1). Elle est *périodique*, comme les θ_n; elle n'est *pas nulle*, en vertu de (5). Elle est *unique*, car s'il existait une autre solution φ jouissant des mêmes propriétés, la fonction $w_n = \theta_n - \varphi$ serait majorée, comme v_n, par une progression géométrique de raison h et par conséquent tendrait vers zéro pour n infini.

3. Supposons $\omega T/2\pi$ *très voisin d'un nombre entier*, mais non égal. Le nombre k est très grand; donc λ est très petit. Prenons-le de l'ordre de $1/k$, tout en vérifiant (9) et (10). Le second terme de (8) est négligeable devant le premier; le mouvement est *approximativement sinusoïdal*. Si ω s'écarte suffisamment de la valeur ci-dessus pour que k ne soit plus très grand, et si l'on garde la valeur précédente de λ, le premier terme de (8) devient très petit par rapport à ce qu'il était précédemment et il est comparable au second terme. On en conclut que l'amplitude de l'oscillation est très faible comparativement à ce qu'elle était auparavant. On retrouve les caractères bien connus de la *résonance*.

4. *Si l'on admet l'existence de la solution périodique*, on peut l'écrire, à une constante près,

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos n(u - \varphi_n); \qquad u = mt, \qquad m = \frac{2\pi}{T}.$$

Portons dans (1), puis multiplions par $\cos n(u - \varphi_n)\,du$ ou $\sin n(u - \varphi_n)\,du$ et intégrons de 0 à 2π; il vient, en faisant $\lambda = 1$,

$$\left\{\begin{aligned} &\pi(\omega^2 - n^2 m^2)R_n = \int^{2\pi} K(u, \theta, \theta') \cos n(u - \varphi_n)\,du, \\ &\int_0^{2\pi} K(u, \theta, \theta') \sin n(u - \varphi_n)\,du = 0. \end{aligned}\right. \tag{11}$$

On voit que, si ω est très voisin de nm, l'amplitude R_n du $n^{\text{ième}}$ harmonique est très grande vis-à-vis des amplitudes des autres harmoniques. On retrouve encore la *résonance*.

Si l'on suppose ω voisin de m, on peut réduire θ à son premier harmonique. Les équations (11) permettent alors de calculer R_1 et φ_1, c'est-à-dire *l'ampli-*

tude et la phase du mouvement entretenu. Il suffit de remplacer, sous les signes $\int$, θ par $R_1 \cos(u - \varphi_1)$. On retrouve ainsi très rapidement les propriétés que j'ai énoncées dans une Note déjà ancienne [1].

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section de Chimie en remplacement de M. *Marc Tiffeneau*, décédé.

Le nombre des votants étant 49, le scrutin donne les résultats suivants :

	Nombre de suffrages	
	1er tour.	2e tour.
M. Paul Pascal	24	30
M. Charles Dufraisse	13	6
Mme Pauline Ramart	12	13

M. **Paul Pascal**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement provisoire de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Jean Thibaud. *Énergie atomique et Univers*.

M. **Georges Darrieus** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section des Applications de la Science à l'Industrie par l'annulation de l'élection de M. *Georges Claude*.

ALGÈBRE. — *Norme de l'unité fondamentale du corps quadratique absolu.* Note de M. **Pierre Despujols**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Nous nous proposons d'établir la formule générale qui donne la norme de l'unité fondamentale d'un corps quadratique réel (voir David Hilbert, § 62, dernier alinéa).

L'étude qui va suivre n'est qu'un commentaire des théorèmes 106 et 108 de l'ouvrage déjà cité.

Soient $B_1, B_2, \ldots, B_u$ les classes fondamentales du corps (D. Hilbert, § 28,

---

(1) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 1244.

in fine) qui appartiennent aux exposants

$$h_m = 2^{a_m} \quad (m = 1, \ldots, u).$$

On démontre aisément que les 2^u classes invariantes du corps sont données par

$$B_m^{\frac{1}{2} a_m h_m}, \quad \text{où } 1 \leq m \leq u, \quad 0 \leq a_m \leq 1.$$

Nous dirons qu'une classe fondamentale est régulière si sa puissance $1/2\ h$ contient un idéal ambige; sinon, la classe est irrégulière.

Soient u_r et u_i le nombre de classes fondamentales respectivement régulières et irrégulières; on a

$$u = u_r + u_i.$$

Soit maintenant t le nombre des idéaux premiers facteurs du discriminant du corps.

Nous allons démontrer le théorème :

La norme de l'unité fondamentale du corps quadratique absolu est

$$n(\varepsilon) = (-1)^{t-u_r}.$$

En effet, si $n(\varepsilon) = -1$ et si tous les caractères de -1 sont positifs, il n'y a que des classes fondamentales régulières et l'on a

$$u = t - 1, \quad u = u_r \quad \text{et} \quad n(\varepsilon) = (-1)^{t-u_r}.$$

Si $n(\varepsilon) = +1$ et si tous les caractères de -1 sont $+1$ il y a une classe irrégulière et

$$u = u_r + 1, \quad u_r = t - 2, \quad \text{avec } u = t - 1$$

et encore

$$n(\varepsilon) = (-1)^{t-u_r}.$$

Si $n(\varepsilon) = +1$, mais si un au moins des caractères de -1 est -1, on a

$$u = u_r, \quad u = t - 2$$

et encore

$$n(\varepsilon) = (-1)^{t-u_r}.$$

Si le corps quadratique renferme des classes invariantes irrégulières, on a $u_i = 1$. Dans ce cas, on a $u = t - 1$, $u = u_r + 1$, soit $u_r = t - 2$, d'où $t \geq 3$, d'où :

Théorème. — *Pour qu'un corps quadratique absolu renferme des classes invariantes irrégululières, il faut et il suffit que m soit de la forme* $u^2 + v^2$ *et contienne au moins trois facteurs premiers distincts.*

Nous ajouterons le théorème suivant :

Le corps quadratique absolu possède autant de classes d'exposant $h_x = 2$ *que son discriminant contient d'idéaux de genre non principal.*

La classe fondamentale irrégulière, si elle existe, est au moins d'exposant $h_x = 2^2$.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur la presque-périodicité des fonctions spectrales.* Note de M. **Roger Godement**, présentée par M. Élie Cartan.

1. $f(x)$ étant une fonction de type positif sur un groupe localement compact G, on peut envisager, dans l'espace H_f (1) associé à f, plusieurs topologies, à savoir : 1° la topologie H-*forte* associée à la norme hilbertienne $|g| = \sqrt{(g, g)}$ définie sur H_f; 2° la topologie C-*forte* induite dans H_f par la norme $\|g\|$ de la convergence uniforme sur G; 3° la topologie H-*faible* associée dans l'espaee hilbertien H_f à la topologie H-forte; 4° la topologie C-*faible* associée dans l'espace normé H_f à la topologie C-forte. Au sujet de ces topologies, on peut faire les observations suivantes :

Lemme 1. — Les topologies H- et C-faibles coïncident sur toute partie H-bornée de H_f; sur une telle partie, la convergence faible de g vers h équivaut à la convergence simple de $g(x)$ vers $h(x)$ pour tout $x \in G$.

Lemme 2. — Sur une partie H-bornée de H_f, la convergence faible de g vers h équivaut à la convergence de $g(x)$ vers $h(x)$ uniformément sur toute partie compacte de G.

Lemme 3. — Toute partie H-bornée de H_f est relativement compacte pour les deux topologies faibles.

Le lemme 1 est dû à une remarque de M. Henri Cartan; on peut rattacher le lemme 2 à une proposition de M. Gelfand (2) et au lemme 1; enfin, le lemme 3 exprime une propriété classique des espaces hilbertiens.

2. L'expression

$$\mu(g) = M(gh), \qquad \text{où } g, h \in \mathfrak{L},$$

étant, pour h donné, une fonctionnelle linéaire C-bornée sur $\mathfrak{L}$, on voit que la convergence C-faible de g vers g' entraîne

$$(1) \qquad \lim M(gh) = M(g'h) \qquad \text{pour tout } h \in \mathfrak{L}.$$

En particulier, soient $f \in \mathfrak{P}$ et T_f l'ensemble des translatées à gauche de f; T_f est H-borné dans H_f, donc relativement faiblement compact (lemme 3). Si $f_t \in T_f$ tend faiblement vers g, nécessairement dans H_f, on aura donc d'après (1)

$$(2) \qquad \lim M(f_t \bar{g}) = M(g\bar{g});$$

d'après le lemme 1, $f_t \bar{f}_t$ converge faiblement dans $H_{f\bar{f}}$ vers $g\bar{g}$, d'où

$$(3) \qquad M(f\bar{f}) = \lim M(f_t \bar{f}_t) = M(g\bar{g}).$$

De (2), (3) et de

$$M|f_t - g|^2 = M(f\bar{f}) + M(g\bar{g}) - M(f_t\bar{g}) - M(\bar{f}_t g),$$

---

(1) Cf. R. Godement, *Comptes rendus*, 221, 1945, pp. 69 et 134.

(2) I. Gelfand, *Recueil Math. Moscou*, 2e série, 4, 1938, pp. 268-269.

résulte alors que

$$\lim M|f_t - g|^2 = 0,$$

d'où se déduit aisément le

THÉORÈME. — *Quelles que soient les fonctions $f, f' \in \mathfrak{L}$, la fonction*

$$f \times f'(x) = M(f_x f')$$

est presque-périodique sur G.

On en déduit que tout $f \in \mathfrak{L}$ est la somme d'une fonction presque-périodique et d'une fonction sans spectre bien déterminées; ou encore que $\mathfrak{L}$, muni de la structure pseudo-hilbertienne définie par $[f, g] = M(f\bar{g})$, est isomorphe à l'espace des fonctions presque-périodiques sur G, à condition bien entendu d'identifier deux éléments $f, g \in \mathfrak{L}$ tels que $M|f - g|^2 = 0$.

On peut d'autre part caractériser les $f \in \mathfrak{L}$ telles que $M|f|^2 = 0$ par le fait que l'espace hilbertien associé H_f ne contient aucun sous-espace invariant de dimension finie > 0.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les changements de signe des coefficients des séries de Dirichlet.* Note [1] de M. **Aryeh Dvoretzky**, présentée par M. Paul Montel.

Dans la théorie des séries de Taylor on connaît le théorème de Fatou-Pòlya, d'après lequel on peut changer convenablement les signes des termes d'une série de puissances $\sum_{n+1}^{\infty} a_n x^n$, de manière que la série ainsi obtenue ne soit pas prolongeable au delà de son cercle de convergence. En cherchant si une proposition analogue existe pour les séries générales de Dirichlet

$$f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n s} \qquad (\lambda_n \uparrow +\infty;\ s = \sigma + it), \tag{1}$$

on se heurte à des obstacles, non seulement en ce qui concerne la démonstration du théorème proposé, mais même à l'égard de son énoncé. Sans entrer dans les détails, il suffit d'indiquer ici que la cause de ces difficultés est le fait que dans une série (1) les abscisses de convergence, de convergence absolue, d'évanouissement du terme général etc., peuvent différer entre elles. Le but de la présente Note est de démontrer, pour les séries (1), le théorème suivant qui contient celui de Fatou-Pòlya et qui ne peut pas avoir son analogue dans la théorie des séries de Taylor.

THÉORÈME. — *Soit* (1) *une série quelconque de Dirichlet, ayant les abscisses de convergence et de convergence aboslue* C *et* A, $(-\infty \leq C \leq A \leq +\infty)$. *Soit* B *un nombre quelconque satisfaisant* $C \leq B \leq A$.

Alors il existe une suite

$$\varepsilon_1,\quad \varepsilon_2,\quad \ldots,\quad \varepsilon_n,\quad \ldots;\quad \varepsilon_n = \pm 1 \qquad (n = 1, 2, \ldots),$$

(1) Séance du 6 novembre 1945.

telle que la série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n a_n e^{-\lambda_n s}$$

converge pour $\sigma > B$ *et la fonction représentée par cette série ait la droite* $\sigma = B$ *comme coupure.*

L'essentiel dans les démonstrations du théorème de Fatou-Pòlya est la possibilité d'extraire de la série $\sum a_n x^n$ une série lacunaire (de type convenable) ayant *le même* rayon de convergence que la série originale. Dans les séries de Dirichlet il peut arriver qu'en extrayant une telle série lacunaire nous changeons l'abscisse de convergence. Pour démontrer notre théorème, nous nous servons donc d'une autre méthode. Au lieu d'employer des théorèmes sur les séries lacunaires, nous utilisons le critère de singularité de Hadamard-Ostrowski.

Voici les grands traits de la démonstration :

1° On décompose (1) en deux séries

$$\Sigma b_n e^{-\lambda_n s}, \tag{2}$$

$$\Sigma c_n e^{-\lambda_n s}, \qquad b_n + c_n = a_n, \qquad b_n c_n = 0 \qquad (n = 1, 2, \ldots), \tag{3}$$

telles que (2) a B pour abscisse de convergence absolue; *eo ipso* (3) converge pour $\sigma > B$. Une telle décomposition est toujours possible. On le voit, assez simplement, en considérant les formules donnant C et A.

2° Puisque le point B est singulier pour $\sum |b_n| e^{-\lambda_n s}$, il existe des entiers croissants m tels que

$$\lim_{\nu \to \infty} \left| \frac{1}{m_\nu !} \sum_{\frac{1}{2} m_\nu \leqq \lambda_n \leqq \frac{3}{2} m_\nu} |b_n| \lambda_n^{m_\nu} e^{-\lambda_n (B+1)} \right|^{\frac{1}{m_\nu}} = 1.$$

3° Soient ρ rationnel, k entier positif. On numérote l'ensemble de tous les couples (ρ, k), et l'on fait correspondre à chaque (ρ, k) un $m_\nu = M(\rho, k)$, de manière que tous les intervalles $I(\rho, k)$

$$\frac{1}{2} M(\rho, k) \leqq y \leqq \frac{3}{2} M(\rho, k)$$

soient sans points communs.

4° *Détermination des* ε_n. — Si $b_n = 0$, on pose $\varepsilon_n = +1$. On pose également $\varepsilon_n = 1$ si $b_n \neq 0$ et λ_n n'appartient à aucun des intervalles $I(\rho, k)$. Enfin on détermine les $\varepsilon_n = \pm 1$ pour tous les n pour lesquels $b_n \neq 0$ et λ_n appartient à $I(\rho, k)$, de manière qu'on ait

$$\left| \sum \varepsilon_n a_n \lambda_n^{M(\rho,k)} e^{-\lambda_n (B+1+i\rho)} \right| \geqq \frac{\sqrt{2}}{2} \sum |b_n| \lambda_n^{M(\rho,k)} e^{-\lambda_n (B+1)},$$

les sommations étant étendues à tous les λ_n appartenant à $I(\rho, k)$. Puisque les

intervalles $I(\rho, k)$ sont distincts, il est possible de déterminer les ε_n de cette manière.

5° La série $\sum \varepsilon_n a_n e^{-\lambda_n s}$ ainsi obtenue converge pour $\sigma > B$, car nous avons changé seulement les signes des termes appartenant à la série absolument convergente (2). D'autre part l'inégalité de 4° entraîne, d'après le critère de Hadamard-Ostrowski et 2°, la singularité du point $B + i\rho$ pour $\sum \varepsilon_n a_n e^{-\lambda_n s}$. Puisque ρ est rationnel *quelconque*, le théorème est démontré.

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX. — *Sur le remplissage des bétons à ossature.* Note [1] de M. **Jean Villey**, présentée par M. Albert Caquot.

Les éléments inertes très fins ont un double inconvénient dans la fabrication des bétons. Leur eau de mouillage abaisse considérablement le rapport C/E des masses de ciment et d'eau, auquel sont liées les qualités mécaniques du béton, et ils gênent la formation des enrobages nécessaires pour la continuité de la pâte et l'imperméabilité du béton. Il y a un intérêt considérable à les exclure, comme M. Caquot l'a préconisé depuis longtemps.

On introduit ainsi une discontinuité entre les gros grains du ciment et les grains inertes les plus fins. Elle conduit à considérer le béton comme constitué par une ossature d'éléments inertes, dans laquelle on loge de la pâte de ciment.

Le dosage de cette pâte peut être étudié rationnellement si l'on a déterminé le vide que lui offre l'ossature. Cette notion appelle d'ailleurs quelques précisions.

Nous envisagerons 1^{m^3} d'ossature sèche, mesurée après une vibration bien définie, assez modérée pour ne pas altérer sensiblement la granulométrie par usure mutuelle des grains, et qui sera uniformément utilisée pour toutes les mesures de compacité.

Nous emploierons les notations suivantes :

$\mathcal{V}_0$ désigne le vide (air) de cette ossature sèche,

$\mathcal{V}_1$ désigne le vide (air + eau) de cette ossature mouillée; il est plus petit que $\mathcal{V}_0$ par suite de la contraction par mouillage $(\mathcal{V}_0 - \mathcal{V}_1)$; il définit le plus petit volume d'eau pure que l'on puisse loger sans bulles d'air dans l'ossature dont on est parti,

$\mathcal{V}_2$ désigne le plus petit volume de pâte (eau + ciment) que l'on puisse loger sans bulles d'air dans cette même ossature; il est plus grand que $\mathcal{V}_1$ parce que les grains de ciment pénètrent dans les contacts entre grains inertes, où ils imposent un écartement moyen ε entraînant pour l'ossature la dilatation $(\mathcal{V}_2 - \mathcal{V}_1)$.

L'écartement moyen ε, et corrélativement la dilatation $(\mathcal{V}_2 - \mathcal{V}_1)$, peuvent varier avec le degré de fluidité de la pâte, c'est-à-dire avec la valeur du rapport C/E; ils tendent en effet vers zéro en même temps que C.

On constate, avec les consistances normales, pour les ossatures courantes,

---

(1) Séance du 19 novembre 1945.

que $\mathcal{V}_2$ diffère peu du vide à sec $\mathcal{V}_0$, c'est-à-dire que la dilatation minimum par le ciment $(\mathcal{V}_2 - \mathcal{V}_1)$ compense approximativement la contraction par mouillage $(\mathcal{V}_0 - \mathcal{V}_1)$. Cela permet de remplacer en première approximation $\mathcal{V}_2$ par $\mathcal{V}_0$, qui est beaucoup plus facile à mesurer.

Soit $\mathcal{V}$ le volume (eau + ciment) de pâte que l'on a logé dans 1^{m^3} d'ossature sèche; si l'on a $\mathcal{V} = \mathcal{V}_2(1+k)$, nous dirons que la surcharge relative de pâte est égale à k.

Pour doser le ciment on dispose de deux paramètres : la surchage k, qui définit le volume de pâte utilisé, et le rapport C/E, qui règle la richesse de cette pâte. Mais, lorsque l'on a consenti une certaine dépense de ciment, il y a toujours intérêt, pour avoir la résistance maxima possible, à réduire la proportion d'eau jusqu'à réaliser la consistance la plus épaisse compatible avec les exigences de maniabilité. Nous désignerons par y la valeur de ce C/E maximum admissible; y est alors déterminé par la surcharge k adoptée.

On peut prévoir la loi de variation $y = f(k)$. En effet, partant d'un béton de bonne consistance $[(C/E) = y_1]$, si on lui ajoute de la pâte pure de même consistance $[(C/E) = Y]$, on obtiendra un nouveau béton de bonne consistance, avec $k_2 > k_1$, et $y_2 > y_1$, puisque $Y > y_1$.

Si l'on appelle δ la densité du ciment et y_0 la valeur de y pour le remplissage sans surcharge $(k = 0)$, et si l'on considère *a priori* comme béton optima ceux qui sont obtenus à partir de celui-là par des additions successives de pâte pure de dosage Y invariable convenablement choisi, un calcul facile conduit à la relation

$$y = \frac{y_0(Y+\delta) + kY(y_0+\delta)}{Y+\delta+k(y_0+\delta)}. \tag{1}$$

Il suffit alors de réaliser, dans l'ossature considérée, dont on a mesuré $\mathcal{V}_2$ (ou en première approximation $\mathcal{V}_0$), un béton plein, de bonne consistance. On connaît alors pour ce béton k_1 et y_1, et l'équation (1) permet de calculer y_0. Elle permet ensuite de calculer le rapport y_2 correspondant à une valeur quelconque k_2 du paramètre k qui définit chacun des bétons optima réalisables dans l'ossature. Ces calculs sont très vite obtenus graphiquement si l'on a construit, en coordonnées cartésiennes k et y, le réseau des courbes (1) correspondant à des valeurs de y_0 régulièrement espacées dans le domaine utile.

Ayant ainsi déterminé y, on sait calculer la masse C′ de ciment à utiliser par mètre cube d'ossature sèche, soit

$$C' = \delta\mathcal{V}_2(1+k)\frac{y}{y+\delta}, \tag{2}$$

et le dosage C de ciment par mètre cube de béton, soit

$$C = \frac{C'}{1+(\mathcal{V}_2-\mathcal{V}_0)+k\mathcal{V}_2} = \frac{y\delta}{y+\delta}\,\frac{(1+k)\mathcal{V}_2}{1+(\mathcal{V}_2-\mathcal{V}_0)+k\mathcal{V}_2}. \tag{3}$$

ÉLECTROSTATIQUE. — *Capacité électrique des cylindres courts. Application à la conduction et à la convection thermiques.* Note (¹) de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons autrefois (²) attiré l'attention sur l'intérêt théorique de la convection de la chaleur commandée par une petite différence de température. Le phénomène est alors voisin (³) d'un pur phénomène de conduction, dont le calcul est beaucoup plus facile. Si C est en effet le coefficient d'influence électrostatique entre le conducteur et son enceinte (qui peut être à l'infini), k étant la conductivité thermique, le flux de chaleur s'écoulant par conduction entre le corps et l'enceinte, pour une différence de température égale à l'unité, est $4\pi k C$. D'où la nécessité de connaître C. Nous avions appliqué (⁴) ces considérations à un assez grand nombre de problèmes de propagation de chaleur. Ayant été conduit à étudier la convection par un corps cylindrique, nous avons eu besoin de calculer ce qu'on appelle couramment la capacité du cylindre.

Il n'existe pas, à notre connaissance, de formule donnant la capacité d'un cylindre court. Nous en avons cherché une valeur approchée en opérant de la manière suivante :

On admet sur la surface latérale une densité uniforme σ, une densité uniforme Σ sur les faces terminales, et une densité linéaire ρ sur les deux arêtes circulaires. On détermine ces trois densités en écrivant que le potentiel a la même valeur V_0 au centre du cylindre et au centre d'une face terminale, et qu'en ce dernier point le gradient de potentiel vers l'intérieur est nul.

A priori l'approximation doit être excellente quand le cylindre est assez court, car alors, du fait que toutes les dimensions sont du même ordre, il n'y a nulle part, les arêtes exceptées, accumulation marquée de la charge.

Quand le cylindre devient un peu long, l'accroissement de densité n'est plus localisé aussi strictement près de l'arête ; il s'étend sur une longueur qui peut même devenir notable vis-à-vis du diamètre, de sorte qu'en ce qui concerne le calcul du potentiel vers les bouts, la localisation, par une densité linéaire sur l'arête, du supplément de charge, est une stylisation insuffisante, et l'erreur croît.

Mais, lorsque le cylindre devient très long, l'influence de la zone perturbée des extrémités, même longue devant le diamètre, devient relativement négligeable, car on peut alors trouver sur l'axe un point sous lequel on voit la section terminale sous un angle très petit, sans que la distance de ce point à

(¹) Séance du 19 novembre 1945.

(²) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 1245.

(³) *Ibid.*, 219, 1944, p. 675.

(⁴) *Rapport de la Commission de Convection des Thermiciens* (*Chaleur et Industrie*, 17, février 1936, p. 50).

ladite section cesse d'être très petite devant sa distance au centre du cylindre; et la méthode redevient acceptable.

Définissons le cylindre, de longueur l et de rayon R, par l'allongement $m = l/R$; et les abscisses x, comptées sur l'axe à partir du bout, par les valeurs réduites $\xi = x/R$. Introduisons les densités réduites $\sigma' = \pi R\sigma/V_0$, $\rho' = \pi\rho/V_0$, $\Sigma' = \pi R\Sigma/V_0$. L'approximation faite revient à identifier à V_0 le potentiel en chaque point. La capacité réduite C/R a alors la valeur

$$\gamma = 2m\sigma' + 4\rho' + 2\Sigma'. \tag{1}$$

Le potentiel, à l'abscisse réduite ξ, a la valeur réduite

$$\begin{aligned}\frac{V_\xi}{V_0} = {} & 2\sigma' \log\left[m - \xi + \sqrt{(m-\xi)^2+1}\right]\left[\xi + \sqrt{\xi^2+1}\right] \\ & + 2\rho'\left\{\left[(m-\xi)^2+1\right]^{-\frac{1}{2}} + (\xi^2+1)^{-\frac{1}{2}}\right\} + 2\Sigma'\left[\sqrt{(m-\xi)^2+1} + \sqrt{\xi^2+1} - m\right].\end{aligned} \tag{2}$$

Les inconnues σ', ρ', Σ' sont données par le système

$$\left\{\begin{aligned} & \sigma' \log\frac{m+\sqrt{m^2+4}}{2} + 2\rho'(m^2+1)^{-\frac{1}{2}} + \Sigma'\frac{\sqrt{m^2+4}-m}{2} = 0,25, \\ & \sigma' \log(m+\sqrt{m^2+1}) + \rho'\left[1+(m^2+1)^{-\frac{1}{2}}\right] + \Sigma'(\sqrt{m^2+1}-m+1) = 0,5, \\ & \sigma'\frac{\sqrt{m^2+1}-1}{m} + \rho'(m^2+1)^{-1} - \Sigma' = 0. \end{aligned}\right. \tag{3}$$

On obtient, par résolution, les valeurs numériques :

m....	0.	2.	4.	6.	8.	10.	12.
σ'......	–	0,15618	0,12708	0,11122	0,10153	0,09478	0,08979
ρ'......	0,125	0,09161	0,09350	0,10123	0,10756	0,11332	0,11782
Σ'.....	0,125	0,11485	0,10472	0,09696	0,09128	0,08690	0,08343
γ......	0,75	1,2208	1,6001	1,9335	2,2373	2,5227	2,7930

m....	16.	20.	30.	40.	60.	80.	100.
σ'......	0,08263	0,07783	0,07009	0,06577	0,05957	0,05599	0,05347
ρ'......	0,12519	0,13015	0,13929	0,14318	0,15313	0,15820	0,16188
Σ'.....	0,07811	0,07436	0,06795	0,06423	0,05863	0,05532	0,05295
γ......	3,3311	3,7823	4,8985	5,9626	7,8787	9,7017	11,4467

Pour contrôler ces résultats, nous avons étudié la loi de distribution du potentiel qui en découlait le long de l'axe.

Le potentiel réduit est stationnaire aux extrémités, au centre et près des bouts, à une abscisse réduite ξ_1, où il est inférieur à l'unité de la quantité ε. Sa valeur moyenne sur l'axe ne diffère de l'unité que de la moitié de ε environ. On peut admettre comme vraisemblable que $\varepsilon/2$ donne aussi sensiblement l'écart moyen du potentiel réduit sur toute la surface et, par suite, que la valeur trouvée pour la capacité réduite γ est, en valeur relative, trop faible de $\varepsilon/2$.

Voici les résultats du contrôle :

m....	0.	2.	4.	6.	8.	10.	20.	60.	100.
ξ_1........	0	0,5	0,95	1,1	1,2	1,5	1,8	2,8	3,4
$\varepsilon/2$.......	0	−0,00025	+0,0009	+0,0036	+0,0068	+0,010	+0,024	+0,048	+0,06

Ces résultats sont conformes aux prévisions qualitatives ci-dessus. On voit que, quand la longueur vaut 50 diamètres, l'erreur de la méthode croît déjà beaucoup moins vite, mais, comme il fallait s'y attendre, la longueur n'est pas encore suffisante pour que la formule puisse redevenir bonne. Pour 5 diamètres, la capacité calculée est probablement trop faible de 1 % ; pour 3 diamètres, l'erreur ne vaut qu'un petit nombre de millièmes; pour une longueur égale au diamètre, la méthode est pratiquement parfaite.

ÉLECTROSTATIQUE. — *La réaction de tension dans les machines électrostatiques.* Note [1] de M. **Pierre Jolivet.**

Les phénomènes électriques subissent une transposition lorsqu'on passe des machines électromagnétiques aux machines électrostatiques.

A la réaction d'induit, caractérisée par la modification de la force électromotrice sous l'effet du passage du courant dans l'induit, correspond, dans une machine électrostatique, le nouveau phénomène de la réaction de tension.

Dans une machine électrostatique donnée, le chargement des inducteurs détermine, non pas une force électromotrice, mais un courant de convection des charges sur le plateau en rotation à vitesse donnée. Multiplié par le nombre de peignes, ce courant de convection représente le courant mesuré en aval des pôles, augmenté des fuites de courant qui peuvent exister aux pôles et en amont des pôles [2].

Le phénomène observé se rapporte à la perturbation apportée au courant de convection par la tension U aux pôles de la génératrice tournant à vitesse constante et dont les inducteurs gardent une charge excitatrice invariable, cette charge étant déposée grâce à une ionisation préalable sur l'extérieur de l'isolant recouvrant les armatures inductrices.

Dans ces conditions et lorsque chaque armature est maintenue au potentiel du peigne situé en face d'elle, on constate que le courant de convection dépend de U dans une certaine mesure. Maximum pour $U = 0$ (court-circuit), ce courant subit une diminution quand U s'élève. Cette diminution, indépendante des fuites dont il est tenu compte, est d'ailleurs révélée qualitativement par l'observation de la luminosité des houppes aux pointes des peignes, luminosité qui diminue quand U s'élève.

---

(1) Séance du 12 novembre 1945.

(2) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 347.

D'après les expériences faites, la réaction de tension ne s'accompagne pas d'une variation du champ excitateur (dans la couche gazeuse séparant l'inducteur du plateau, en face du peigne), mais seulement d'une variation du champ de transfert (sur la face peignée du plateau, en face du peigne).

La diminution du courant de convection provient de l'augmentation du champ de transfert sous l'effet de l'élévation de la tension U [3].

La réaction de tension est d'autant plus accentuée que le champ de transfert est plus faible, soit par suite de la constitution des peignes, soit par suite du milieu gazeux utilisé.

La réaction de tension devient plus complexe lorsqu'on opère à tension constante et à vitesse de rotation variable.

Dans ce cas, et surtout quand la vitesse tend vers zéro, il se produit une diminution du champ de transfert tandis que le champ excitateur tend à augmenter.

Si le milieu gazeux ne peut pas supporter cette augmentation du champ excitateur, il survient une ionisation qui décharge la surface de l'isolant inducteur.

Lors de l'arrêt du plateau sous tension, on peut observer un tel déchargement, partiel ou total suivant la constitution des peignes.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Calcul de la fréquence propre perturbée d'une cavité électromagnétique (déformation de frontière).* Note [1] de M. **Théo Kahan**.

La composante axiale (suivant oz) du champ électrique d'une cavité électromagnétique cylindrique limitée par une surface parfaitement conductrice peut se mettre sous la forme

$$E_z(r, \varphi, t) = \sum_n J_n(k_{nm}r)[A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi]\, e^{j\omega t} \tag{1}$$

(J_n fonction de Bessel de première espèce d'ordre n). Sur la surface limite S (contour circulaire de la section droite), E_z est nul.

Ceci dit, faisons subir à la cavité une petite déformation, le rayon sera peu changé et l'on pourra poser

$$r = R + \Delta R, \tag{2}$$

où ΔR sera fonction quelconque de φ, $R = f(\varphi)$. En suivant une méthode due à L. Rayleigh, il en résultera la nouvelle condition aux limites

$$O = A_0[J_0(kR + k\,\Delta R) + \ldots + J_n(kR + k\,\Delta R)][A_n \cos n\varphi + B \sin n\varphi] + \ldots, \tag{3}$$

valable pour toute valeur de φ. Si maintenant notre cavité est le siège d'une

---

(3) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 613.

(1) Séance du 19 novembre 1945.

vibration sensiblement du type $TM_{0,1}$ pour laquelle on aura à peu près $E_z = A_0 J_0(kr)$, tous les autres coefficients A_n et B_n seront relativement faibles, car le type d'oscillation s'écartera peu du type qui existerait si la section droite était rigoureusement circulaire. Il s'ensuit qu'en développant et en négligeant les termes tels que $A_n \Delta R \ll A_0 \Delta R$, l'expression (3) prendra la forme

$$(4) \qquad A_0[J_0(kR) + k\,\Delta R J'_0(kR)] + \ldots + J_n(kR)[A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi] + \ldots = 0,$$

car $A_n \Delta R$, $B_n \Delta R (n \geq 1)$ seront de petites quantités de deuxième ordre. En intégrant (4) entre les limites 0 et 2π, nous obtenons

$$2\pi J_0(kR) + J'_0(kR) \int_0^{2\pi} k\,\Delta R\, d\varphi = 0.$$

Or ce sont là les deux premiers termes du développement en série de Taylor de $J_0\left[kR + (k/2\pi)\int_0^{2\pi} \Delta R\, d\varphi\right] = 0$. Tout se passe donc, du point de vue de la fréquence de l'oscillation perturbée, comme si le rayon était passé de R à la valeur moyenne $R_p = R + (1/2\pi)\int_0^{2\pi} \Delta R\, d\varphi$.

Si la section circulaire est légèrement déformée de façon à devenir elliptique, $r = R + \Delta R \cos^2\varphi$, et il viendra

$$R_p = R + \frac{\Delta R}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2\varphi\, d\varphi = R + \frac{\Delta R}{2}.$$

Cela équivaudra à une fréquence et une longueur d'ondes perturbées

$$kR = k_p R_p, \qquad \lambda_p = \lambda\left(1 + \frac{\Delta R}{2R}\right).$$

Si la déformation consiste en une faible variation uniforme du rayon, celui-ci passant de R à ΔR, on a immédiatement

$$R_p = R + \frac{\Delta R}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi = R + \Delta R \qquad \text{et} \qquad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta R}{R}.$$

C'est ce que fournit aussi la méthode décrite dans la Note précédente de l'auteur ([2]). En effet, dans ce cas,

$$E_0 = J_0(kr), \qquad \frac{\partial E_0}{\partial r} = kJ'_0(kr), \qquad E_0\frac{\partial E_0}{\partial n} = E_0\frac{\partial E_0}{\partial r} = kJ_0(kr)J'_0(kr),$$

$$\oint E_0 \frac{\partial E_0}{\partial n} ds = 2\pi k^2 R\,\Delta R J'_0(kR), \qquad \iint E_0^2\, dS = 2\pi\int_0^R J_0^2(kr)\, r\, dr,$$

$$\frac{\oint E_0 \frac{\partial E_0}{\partial n} ds}{\iint E_0^2\, dS} = 2k^2\frac{\Delta R}{R},$$

([2]) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 616.

et par conséquent $-\Delta k/k = \Delta R/R$, $\Delta\lambda/\lambda = \Delta R/R$. C'est ce qui résulte d'ailleurs aussi immédiatement de $kR = W_{0,1}$, où $W_{0,1}$ est la première racine de $J_0(W)$, $k\Delta R + R\Delta k = 0$. Reste à étudier la structure de l'onde perturbée. Pour cela, multiplions (4) respectivement par $\cos n\varphi$ et $\sin n\varphi$ et intégrons entre 2π et 0; il vient

$$(5)\qquad \begin{cases} A_0 J'_0(kR)\displaystyle\int_0^{2\pi} k\,\Delta r\cos n\varphi\,d\varphi + \pi A_n J_n(kR) = 0, \\ A_0 J'(kR)\displaystyle\int_0^{\pi} k\,\Delta r\sin n\varphi\,d\varphi + \pi B_n J_n(kR) = 0. \end{cases}$$

On en tire les rapports d'amplitude A_n/A_0 et B_n/B_0

$$\frac{A_n}{A_0} = -J'_0(kR)\frac{\displaystyle\int_0^{2\pi}\Delta r\cos n\varphi\,d\varphi}{\big(\pi J_n(kR)\big)},$$

$$\frac{B_n}{B_0} = -J'_0(kR)\frac{\displaystyle\int_0^{2\pi}\Delta r\sin n\varphi\,d\varphi}{\big(\pi J_n(kR)\big)},$$

et par suite

$$E_z(r,\varphi) = A_0\Bigg\{ J_0(kR) - \ldots - k\frac{J_n(kr)}{\pi J_n(kR)} \times J'_0(kR)\left[\cos n\varphi\int_0^{2\pi}\Delta r\cos n\varphi\,d\varphi + \sin n\varphi\int_0^{2\pi}\Delta r\sin n\varphi\,d\varphi\right] + \ldots\Bigg\}.$$

PHYSIQUE ATOMIQUE. — *Résonance non linéaire d'une particule relativiste dans le cyclotron.* Note [1] de MM. **Alexandre Andronov** et **Gabriel Gorélik**, présentée par M. Frédéric Joliot.

L'étude théorique du mouvement d'une particule relativiste dans le cyclotron montre qu'il peut donner lieu à des phénomènes non linéaires rappelant ceux bien connus de ferro-résonance : la relation non linéaire entre la quantité de mouvement et la vitesse de la particule joue le même rôle que celle existant entre le flux et le courant dans le cas d'une bobine à noyau ferromagnétique. Nous étudions dans cette Note les mouvements périodiques qui peuvent s'établir, théoriquement du moins, par suite des pertes d'énergie par rayonnement et par collision. Notre attention a été attirée sur les questions concernant la théorie relativiste du cyclotron par les travaux de M. Vexler [2].

Considérons une particule relativiste de charge e se mouvant en spirale dans un cyclotron. Soit t_n l'époque où la particule traverse pour la $n^{\text{ième}}$ fois la fente

---

[1] Séance du 30 juillet 1945.

[2] *C. R. (Doklady) Acad. Sci. U. R. S. S.*, 43, 1944, p. 329; 44, 1944, p. 365.

accélératrice (supposée de largeur zéro), la quittant avec l'énergie E_{n+1}. Soient $V \sin \omega t$ la tension accélératrice, $f(E)$ l'énergie perdue en un demi-tour de spirale par une particule d'énergie E.

Le bilan énergétique fournit l'équation

$$(1) \qquad E_{n+1} - [E_n - f(E_n)] = eV \sin(\omega t_n + n\pi).$$

On peut écrire d'autre part

$$(2) \qquad t_{n+1} - t_n = \pi \frac{\overline{E_{n+1}}}{eHc},$$

c étant la vitesse de la lumière, H le champ magnétique, $\overline{E_{0+1}}$ l'énergie moyenne pendant le demi-tour t_n, t_{n+1}, et

$$(3) \qquad \overline{E_{n+1}} = E_{n+1} - \frac{1}{2} f(E_{n+1}).$$

Cherchons les solutions du système (1), (2), (3) telles que $E_n = E^\star$ quel que soit n. D'après (1)

$$f(E^\star) = eV \sin(\omega t_n + n\pi),$$

ce qui donne

$$(4) \qquad t_n = t_0 + n(2s - 1)\frac{\pi}{\omega} \text{ (s entier)}, \quad f(E^\star) = eV \sin \omega t_0,$$

$$(5) \qquad E^\star - \frac{1}{2} f(E^\star) = (2s - 1)\frac{eHc}{\omega}.$$

On a pour $s = 1$ un mouvement périodique de période égale à celle du champ électrique. Pour $s > 1$ il y a démultiplication de la fréquence. L'équation (5) détermine, s une fois fixé, une valeur de $E^\star$ pour toute valeur de $H > H_0^{(s)}$ où $eH_0^{(s)} c/\omega(2s - 1) = E_0$, E_0 étant l'énergie au repos. L'équation (4) détermine pour $f(E^\star) < eV$ deux valeurs réelles de t_0, qui se confondent lorsque $f(E^\star) = eV$; pour l'une d'elles $\cos \omega t_0 < 0$, pour l'autre $\cos \omega t_0 > 0$. Lorsque $f(E^\star) > eV$, les valeurs de t_0 sont imaginaires : il n'existe pas de mouvement périodique du type recherché.

L'analyse de la stabilité par la méthode des petites perturbations montre que seule est stable la solution pour laquelle $\cos \omega t_0 < 0$.

Considérons le cas $s = 1$. Faisons croître le paramètre H à partir de la valeur $H_0^{(s=1)}$. L'énergie $E^\star$ du mouvement périodique augmentera d'abord d'une façon continue à partir de la valeur E_0. Lorsque $E^\star$ aura atteint la valeur, qui pourra être très considérable, déterminée par la condition $f(E^\star) = eV$, il se produira un changement discontinu de régime, l'énergie tombera brusquement à une valeur différant très peu de E_0 et dont le calcul sort du cadre de cette Note. Faisons varier H en sens inverse. Il y aura hystérésis : l'énergie restera petite et voisine de E_0. La ressemblance avec les phénomènes de ferro-

résonance apparaît d'une façon encore plus frappante si l'on tient compte de la largeur finie de la fente accélératrice.

La discussion des régimes de démultiplication ($s > 1$) conduit à des conclusions analogues.

CHIMIE MINÉRALE. — *Point de fusion du bore.* Note (1) de M. Jean Cueilleron, présentée par M. Paul Lebeau.

Tant à cause des difficultés que présente la préparation de bore pur qu'à cause de celles que l'on rencontre au cours des mesures, un très petit nombre d'auteurs ont cherché à déterminer le point de fusion du bore.

Les chiffres indiqués jusqu'ici s'étagent entre 2000 et 2500° C., avec des erreurs souvent très importantes (2). Il faut dans leur ensemble adresser deux critiques à ces chiffres :

a. le bore utilisé est souvent d'une pureté douteuse;

b. les températures indiquées ne sont pas des températures réelles mais, presque toujours, des températures de brillance, les mesures étant faites par visées au moyen d'un pyromètre sur la surface du bore, dont le pouvoir émissif est inconnu.

Nous avons déterminé le point de fusion du bore pur cristallisé préparé par réduction du chlorure de bore par l'hydrogène dans un arc haute fréquence (3), en utilisant un bloc Maquenne chauffé à l'hydrogène atomique et constitué par une barre de tungstène de section rectangulaire (6×3^{mm}) et de 10^{cm} de long. Cette barre, disposée horizontalement, est chauffée à l'une de ses extrémités, le dard de la flamme étant situé à 3 ou 4^{mm} au-dessous de la face inférieure. L'échantillon est posé sur la face supérieure, le dard et l'échantillon étant dans un même plan vertical.

La détermination du point de fusion se fait en mesurant, au moyen d'un pyromètre à disparition de filament et à coin absorbant (4), la température du bloc de tungstène lorsque l'échantillon s'affaisse sur celui-ci.

Cette technique permet d'opérer dans une atmosphère neutre vis-à-vis du bore et d'entraîner les vapeurs très opaques émises par ce corps dès 1200° (5) et qui sont capables de fausser les mesures. D'autre part l'excellente conductibilité thermique du tungstène assure un chauffage

(1) Séance du 19 décembre 1945.

(2) Weintraub, *Trans. Amer. Electrochem. Soc.*, 16, 1909, p. 165; *J. Amer. Chim. Soc.*, 37, 1915, p. 1646; *J. Engr. Chem.*, 3, 1911, p. 165; Tiede et Birnbrauer, *Z. anorg. Chem.*, 87, 1914, p. 143; *Circular of the Bureau of Standards*, 35, 4e édition, 1er décembre 1919; Gurtler et Pirani, *Z. Metallk.*, 11, 1919, p. 3; Kahlenberg, *Trans. Amer. Electrochem. Soc.*, 47, 1925, p. 23.

(3) Hackspill et Cueilleron, *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 458.

(4) Ribaud, *Revue d'Optique*, 5, 1926, p. 289.

(5) Weintraub, *loc. cit.* (2).

uniforme de la partie utile du bloc, cependant que la très faible vitesse de vaporisation du tungstène aux environs de 2000° ([6]) empêche toute contamination du bore par le métal.

En opérant avec des échantillons de quelques millimètres cubes de bore, nous obtenons, après correction, tenant compte du pouvoir émissif du tungstène, des valeurs comprises entre 1992 et 2240° C.

De façon à éliminer toute erreur provenant de l'étalonnage du pyromètre, des corrections de pouvoir émissif et des différences de température existant entre le bloc et l'échantillon, nous avons, en prenant dans des conditions identiques les points de fusion du platine (1773° C.) et de l'iridium (2454° C.), tracé la courbe graduations du pyromètre-températures exactes. Nous obtenons alors pour point de fusion du bore des chiffres compris entre 2000 et 2075° C.

La dispersion assez importante des lectures faites au pyromètre tant avec le bore qu'avec le platine et l'iridium, due à la rapidité avec laquelle se produit la fusion, explique l'écart de 75° qui existe entre les chiffres précédents.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Akuammigine et corynanthéine.*
Note de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons montré, il y a déjà longtemps, que c'est par l'addition de CH^2, et non point de OCH^2 comme on le croyait alors, que la formule de la corynanthéine diffère de celle de deux alcaloïdes stéréo-isomères, la yohimbine et la corynanthine. Depuis lors nous avons pu prouver qu'une des bases découvertes par T. A. Henry dans les semences de *Picralima nitida* (Stapf) T. et H. Durand : l'akuammidine, dont on ignorait encore la constitution, est en réalité extrêmement voisine de la yohimbine dont elle paraît être le dérivé dédihydrogéné.

Or, parmi les autres alcaloïdes des graines de *Picralima nitida* il en est un : l'akuammigine, dont la formule diffère de celle de l'akuammidine exactement comme la formule de la corynanthéine se distingue de celle de la corynanthine et de la yohimbine, c'est à savoir par l'addition de CH^2.

Retrouve-t-on entre l'akuammigine et la corynanthéine l'analogie que nous avons découverte entre l'akuammidine et la yohimbine ? Pour en décider, nous avons recherché si la substitution du groupe méthyle réalisée dans les deux premières entraîne des modifications correspondantes de leurs effets physiologiques et des variations analogues de leurs spectres d'absorption dans l'ultraviolet.

([6]) Langmuir, *Phys. Z.*, 14, 1913, p. 1273.

On sait déjà que l'activité sympathicolytique de la corynanthéine [1] est très nettement inférieure à celle de la corynanthine. On sait aussi que le pouvoir sympathicolytique de l'akuammidine est plus faible que celui de la corynanthine. Des expériences récentes nous ont appris que, même à des doses de 50 mg/kg, le chlorhydrate d'akuammigine ne réduit qu'assez peu la hausse de pression provoquée par de petites quantités d'adrénaline et ne supprime même pas la vasoconstriction rénale qui accompagne cette hypertension.

Quant aux spectres d'absorption dans l'ultraviolet, si celui de l'akuammidine est pratiquement identique à celui de la yohimbine, celui de l'akuammigine ne diffère pas sensiblement de celui de la corynanthéine.

On ne connaît à ce jour qu'un très petit nombre de cas de présence d'une même base dans deux familles végétales différentes, mais on ne savait pas encore, à ce que nous croyons, que deux alcaloïdes d'une même plante puissent se retrouver sinon tout à fait, du moins presque identiques, dans un autre végétal appartenant à une famille universellement considérée comme tout à fait distincte.

Quant au squelette nucléaire de l'akuammigine et de la corynanthéine, nous considérons comme très vraisemblable qu'il comporte les 5 cycles fondamentaux de la yohimbine, mais nous n'avons pas encore pu déterminer avec certitude celui ou ceux des 5 noyaux sur lesquels s'effectue la substitution du ou des deux groupes méthyles.

Ayant admis une certaine analogie des spectres d'absorption dans l'ultraviolet de la corynanthéine et de la diacétylyohimbine, Goutarel et Berton (*Comptes rendus*, 217, 1943, p. 71) ont voulu l'expliquer par un blocage dans les deux cas du groupement oxhydrile auquel se substituerait pour la première un groupe méthyle, pour la seconde un deuxième groupe

---

(1) Nous avons utilisé, soit un chlorhydrate de corynanthéine obtenu par recristallisation dans le chloroforme, puis dans l'eau, et contenant encore une très faible proportion d'un isomère récemment isolé par Janot et Goutarel, la corynanthéidine, soit une corynanthéine cristallisée tout à fait pure que nous dissolvions au moment de l'emploi dans de l'eau acidulée par la quantité calculée d'acide chlorhydrique. Le chlorhydrate que nous avions préparé à partir de cette base cristallisée, dont, par suite du peu d'écorce dont nous disposions, nous ne possédions alors qu'une faible quantité, avait fourni des résultats microanalytiques assez différents de ceux qu'on attendait pour laisser soupçonner une altération de ladite base; en effet, alors que la base avait donné des teneurs en carbone (71,37-71,19 %), en hydrogène (7,49-7,43 %), en azote (7,88-7,84 %) et en OCH^3 (16,45-16,39 %), qui s'accordent bien avec ceux qu'exige notre formule $C^{22}H^{28}N^2O^3$, soient 71,73 % pour C, 7,60 % pour H, 7,60 % pour N, 16,76 % pour OCH^3, le chlorhydrate n'avait conduit qu'à des valeurs : C, 63,07-62,86 % ; H, 7,30-7,27 % ; N, 6,92-7,12 % ; Cl, 7,84-8,08 % ; OCH^3, 12,13-12,43 %, qui cadrent incomplètement avec celles que veut la formule $C^{22}H^{28}N^2O^3.HCl$, soient C, 65,23 % ; H, 7,22 % ; N, 6,92 % ; Cl, 8,73 % ; OCH^3, 15,33 %.

acétyle, le premier, celui du dérivé monoacétylé, s'étant fixé sur l'amine du noyau 2. Mais ces assertions sont en désaccord avec certaines de nos observations. Nous avons pu nous assurer, en effet, que l'élimination de l'oxhydrile (désoxyyohimbine) ou du carbométhoxyle (yohimbol) n'entraîne pas de modification sensible du spectre d'absorption dans l'ultraviolet.

Yohimbine. Désoxyyohimbine. Yohimbol.

Pour nous, la substitution acétylée s'effectue dans la monoacétyl-yohimbine sur l'oxhydrile du 5e noyau, dans la diacétylyohimbine sur cet oxhydrile et sur l'amine du 2e noyau, cette seconde substitution entraînant une profonde substitution du spectrogramme que la première laisse au contraire inaltéré.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Déshalogénation de quelques chloro-2 amino-1 cyclanes.* Note [1] de MM. **Max Mousseron** et **François Winternitz**, présentée par M. Marcel Delépine.

Parallèlement aux halohydrines et amino-alcools cyclaniques, l'étude des amines chlorées alicycliques offre un intérêt.

Ces composés sont obtenus selon le procédé d'Osterberg et Kendall [2], par action à 0° du pentachlorure de phosphore en milieu benzénique sur le chlorhydrate de l'amino-alcool correspondant; ainsi l'amino-2 cyclohexanol fournit le chloro-2 amino-cyclohexane, dédoublable en ses composants actifs par l'intermédiaire de son tartrate neutre, $[\alpha]_{546}$ + 16°,45 et $[\alpha]_{579}$ + 14°,65 et séparation du tartrate *d* de l'amine *l*, $[\alpha]_{546}$ — 19°,80 et $[\alpha]_{579}$ — 17°,40. L'activité optique du chloro-2 amino-cyclohexane *l* ainsi obtenu, $[\alpha]_{546}$ — 56°,3 et $[\alpha]_{579}$ — 49°,9, est voisine de celle que possède le chloro-2 amino-cyclohexane préparé par action du pentachlorure de phosphore sur l'amino-2 cyclohexanol actif [3].

Lorsque l'on fait réagir sur un chloro-2 amino-1 cyclane le bromure

(1) Séance du 26 novembre 1945.

(2) *J. Am. Chem. Soc.*, 42, 1920, p. 2616.

(3) Godchot et Mousseron, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 53, 1933, p. 864.

d'éthylmagnésium en milieu éthéré très dilué, après hydrolyse le dérivé chloré est retrouvé partiellement inaltéré; mais si l'on fait fuser la masse, il est transformé presque intégralement en cyclanone correspondante. Le mécanisme suivant peut être invoqué :

(—Cl, —NH^2) → (—Cl, —NHMgX) → (=NH) ⇄ (—NH^2) → (=O)

Plusieurs arguments sont en sa faveur : *a.* dans le cas du chloro-2 diméthylamino-1 cyclohexane l'action du bromure d'éthylmagnésium est nulle, tandis que le chloro-2 méthylamino-1 ou les chloro-2 éthyl- et butyl-amino-1 cyclohexanes, possédant encore un hydrogène libre sur la fonction aminée, donnent la cyclohexanone; *b.* on connaît l'instabilité de la forme cétimine ou énamine intermédiaire (4) et leur hydrolyse immédiate en cétone; *c.* de plus, quand on fait agir le bromure d'éthylmagnésium sur le méthyl-2 chloro-2 amino-1 cyclohexane actif sur la lumière polarisée, on obtient la méthyl-2 cyclohexanone racémique. Ce résultat montre l'existence d'une forme intermédiaire énamine (II), telle que l'asymétrie se trouve supprimée :

(—CH^3, —Cl, —NH^2) (I) → (—CH^3, —NH^2) (II) → (—CH^3, =O) (III).

Au point de vue stérique, l'obtention des cyclanones indiquerait, selon les idées de Tiffeneau (5), que l'on se trouve en présence de l'isomère *cis* du chloro-2 amino-1 cyclane considéré. En effet la diazotation du chloro-2 amino-1 cyclohexane conduit au chloro-2 cyclohexanol *cis*, caractérisé par l'obtention de la cyclohexanone après traitement à la soude selon la méthode de Bartlett (6).

La formation de cétone s'observe encore en série cyclopentanique, heptanique ou octanique.

L'action de l'eau est identique. Avec les chloro-2 amino-cyclanes non substitués on observe un dégagement d'ammoniac qui accompagne la formation de la cétone. Lorsqu'il s'agit des chloro-2 alcoylamino-1 cyclanes, c'est l'amine primaire qui s'élimine et dans le cas des chloro-amines tertiaires, l'halogène reste fixé, comme nous l'avons indiqué plus haut. La vitesse d'hydrolyse, $K_{80°} = 410.10^{-4}$ pour le chloro-2 amino-1 cyclohexane, est supérieure à la constante de vitesse d'hydrolyse du chloro-2 cyclohexanol, $K_{80°} = 210.10^{-4}$.

(4) MIGNONAC, *Ann. Chim. Phys.*, (11), 2, 1934, p. 256.
(5) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1412; 216, 1943, p. 857.
(6) *J. Am. Chem. Soc.*, 57, 1935, p. 226.

Cette réaction permet enfin de fixer facilement la position du groupe aminogène des amino-2 cyclanols substitués.

Le dérivé chloré de l'amino-alcool provenant du méthyl-3 cyclopentène par l'intermédiaire de la bromhydrine mène ainsi, après hydrolyse, à la méthyl-3 cyclopentanone; il en résulte que l'amino-alcool doit être le méthyl-3 amino-1 cyclopentanol-2. De façon semblable, la constitution du méthyl-4 amino-2 cyclohexanol se trouve confirmée par l'obtention de la méthyl-3 cyclohexanone (7). La formation de l'hydrindone-2 vérifie similairement la structure de l'amino-2 hydrindanol-3 de Pope et Read (8).

La déshalogénation du chloro-2 amino-1 cyclohexane par le sodium en milieu éthéré provoque également l'élimination du groupe aminogène, avec formation de cyclohexadiène.

En résumé, l'action du pentachlorure de phosphore sur les amino-2 cyclanols s'accompagne d'une inversion de Walden conduisant à des chloro-2 amino-1 cyclanes *cis*. La déshalogénation magnésienne ou hydrique de ces composés confirme leur configuration spatiale; de même, le passage aux chlorhydrines *cis* en fournit une autre preuve. La réaction appliquée au méthyl-2 chloro-2 amino-1 cyclohexane optiquement actif, nous a permis de donner une explication de la formation de la méthyl-2 cyclohexanone, que l'on peut généraliser à l'obtention de toutes les cyclanones par cette voie. Elle offre enfin la possibilité de résoudre facilement certains problèmes délicats de constitution.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Détermination, par un procédé mécanique, de la vitesse de polycondensation des résines thermodurcissables.* Note de MM. **Georges Champetier**, **Georges Nedey** et **Bernard Persoz**, présentée par M. Louis Hackspill.

La polycondensation des résines thermodurcissables, telles que les phénoplastes, les aminoplastes, les glyptals, conduit à des matières insolubles et infusibles dont il est difficile de suivre le processus de durcissement par des procédés chimiques ou physicochimiques. Nous avons utilisé une méthode mécanique qui a déjà reçu quelques applications pour étudier le séchage de revêtements tels que les vernis et les peintures (1).

En principe, ce procédé consiste à faire osciller sur le revêtement en cours de séchage un pendule dont on mesure l'amortissement en fonction du temps. Nous avons opéré de même en étendant, en couche mince, la résine thermodurcissable sur une plaque de verre ou de métal.

---

(7) Koetz et Markel, *J. für prakt. Chem.*, (2), **113**, 1926, p. 62.

(8) *J. Chem. Soc. London*, **99**, 1911, p. 2071.

(1) Koenig, *Korrosion und Metallschutz*, **16**, 1940, p. 344; B. Persoz, *Peintures, Pigments, Vernis*, **21**, 1945, p. 194.

Le pendule utilisé est constitué par un cadre en acier muni, à la partie inférieure, d'une aiguille. Il repose sur la couche de matière plastique par l'intermédiaire de deux billes d'acier dont il est solidaire (*fig.* 1). On le

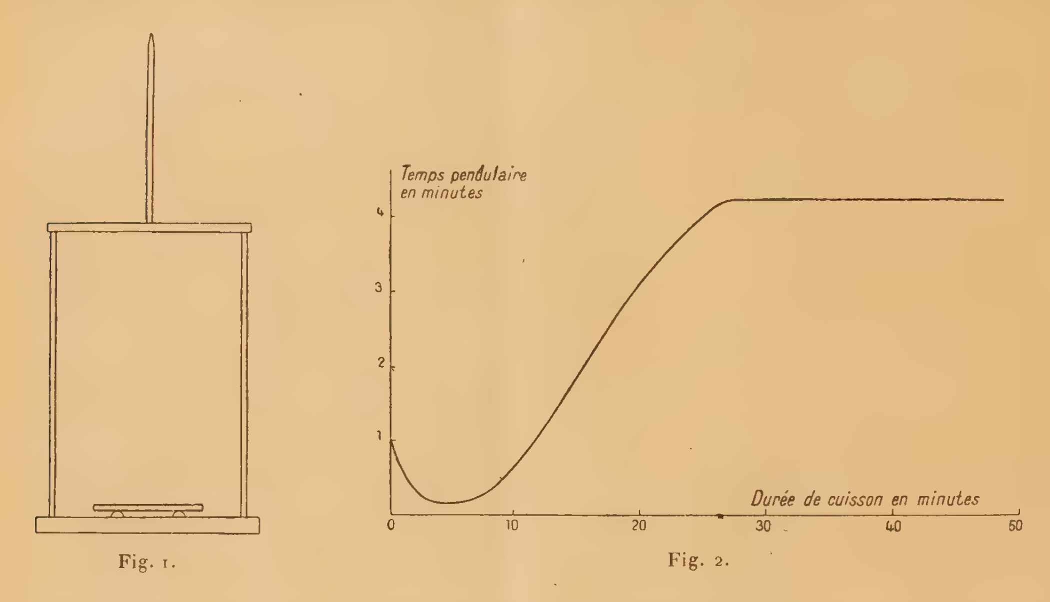


Fig. 1. Fig. 2.

fait osciller avec une amplitude initiale bien déterminée et l'on mesure son amortissement qui dépend : 1° de l'enfoncement des billes, c'est-à-dire de la dureté de la substance; 2° du coefficient de frottement intérieur si l'on ne dépasse pas la limite élastique, ou, dans le cas contraire, de la plasticité de la substance. L'amortissement observé est le même que celui qui proviendrait d'une force de frottement solide superposée à une force de frottement *visqueux*.

Nous avons été conduits à adopter pour la mesure de la dureté des résines thermodurcissables un pendule ayant les caractéristiques suivantes : diamètre des billes 8^{mm}; masse du pendule, 500^{g}; distance du centre de gravité du pendule à la surface de l'enduit, 6^{cm}.

Nous appelons *temps pendulaire* le temps que met le pendule pour passer de l'amplitude initiale de 12° à l'amplitude finale de 4°.

Chaque détermination doit être effectuée après déplacement du pendule, de manière à ce qu'il repose sur une partie du revêtement encore vierge. Lorsqu'il s'agit d'une résine dont le durcissement est provoqué par chauffage, il est nécessaire d'attendre le refroidissement de la substance avant d'effectuer la mesure du temps pendulaire.

Le temps pendulaire, qui, pour une durée de chauffage nulle, est assez grand puisque les billes roulent directement sur le subjectile au travers du revêtement fluide, diminue à mesure que celui-ci s'épaissit, passe par un minimum, puis s'élève lorsque la dureté croît parallèlement à l'augmentation du poids macromoléculaire de la résine. Lorsque la polycondensation est terminée et que la résine cesse d'évoluer, le temps pendulaire ne varie

plus, ce qui se traduit par un palier sur la courbe représentant la variation du temps pendulaire en fonction de la durée de chauffage (*fig.* 2).

Ce procédé a été appliqué à l'étude du durcissement des résines glycérophtaliques et des résines urée-formol sous l'action des rayonnements infrarouges et ultraviolets.

PALÉONTOLOGIE. — *Les organes de Pander des Trilobites asaphidés.* Note de M. **Pierre Hupé**, présentée par M. Charles Jacob.

Reprenant l'étude de ces organes découverts par Pander en 1857, j'ai été amené à modifier leur définition, à restreindre et à préciser leur rôle et à proposer une première esquisse de leur évolution.

1° *Définition de l'organe.* — Tel qu'il est décrit par les auteurs, c'est une petite protubérance elliptique, faisant saillie à la face inférieure de chacune des plèvres thoraciques et occipitales. En outre, sur la protubérance ou à son voisinage immédiat, les auteurs récents observent un orifice considéré comme glandulaire ou respiratoire par P.-E. Raymond [1], comme néphridien par P. Siegfried [2].

L'étude du beau matériel de la collection de Verneuil, actuellement à l'École des Mines, me conduit, soit par observation directe, soit à l'aide de sections sériées et colorées, à définir non pas un, mais *trois types d'organes de Pander.*

a. Type Asaphus. — Saillie elliptique (à grand axe de l'ordre de 1^{mm}, petit axe variable et hauteur de l'ordre de $0^{mm},5$), située vers le tiers proximal de la face inférieure de la plèvre, plus près du bord antérieur que du bord postérieur. Le grand axe fait avec le bord pleural antérieur un angle de 10 à 20 degrés. La saillie correspond tantôt à un *repli* de la carapace (avec, le plus souvent, épaississement du versant antérieur et amincissement du postérieur) *sans orifice d'aucune sorte*, tantôt à un très fort *épaississement tégumentaire, sans repli, mais accompagné d'une perforation*, allongée au pied de la protubérance, du côté postérieur. Cette perforation, absente chez le jeune, inconstante chez l'adulte, correspond simplement à une *lacune de fossilisation,* liée à un amincissement extrême du tégument post-pandérien et constituant simplememt un cas particulier de l'amenuisement bien connu du tégument ventral des Trilobites. Les nervures (lignes en terrasse) subissent une duplication au droit de la protubérance.

Le type Asaphus s'observe dans les genres *Asaphus, Basilicus, Isotelus, Megalaspis, Ogygia* etc. C'est de beaucoup le plus répandu.

b. Type Nileus. — Observé dans le genre *Nileus.* Crête elliptique, étroite, de même position et de même inclinaison que dans le type précédent, mais de longueur relative à peu près double (env. 2^{mm}). C'est un simple repli tégumentaire, sans variation notable d'épaisseur et sans perforation. Immédiatement en arrière, le nombre des nervures augmente dans la proportion de 1 à 2,5 ou 3, et leur direction change brusquement : subparallèles à l'axe du corps en arrière du repli, elles se coudent d'environ 90 degrés en avant de lui. Cette inflexion n'existe pas dans le type Asaphus.

---

(1) P.-E. Raymond, *Mem. Connecticut Acad. Arts and Sciences*, 7, 1920, p. 90.

(2) P. Siegfried, *Acta ad res Naturæ Estonicæ perscrutandas*, I, II, 1936, p. 25.

c. Type Symphysurus. — Observé dans le genre *Symphysurus*. Crête de longueur à peu près double de celle du type précédent (donc quadruple de chez *Asaphus*), traversant obliquement la plèvre avec la même inclinaison que ci-dessus et présentant une partie culminante qui est un peu plus longue que dans le type Nileus. Ni variation d'épaisseur du tégument, ni orifice. Multiplication des nervures comme dans le type Nileus, mais dans une proportion plus élevée encore (de 1 à 4). Inflexion identique.

En résumé, au point de vue morphologique, *l'organe de Pander se réduit à une crête de longueur progressivement croissante quand on passe du type Asaphus au type Symphysurus. L'orifice décrit par les auteurs ne représente qu'un défaut de fossilisation.*

2° *Rôle de l'organe.* — Il suffit d'observer des individus enroulés pour comprendre immédiatement le rôle de la crête : *c'est un buttoir, qui limite le glissement des plèvres à la fin de l'enroulement.* Celui-ci achevé, la coaptation plèvre-organe de Pander est absolument parfaite dans les types Symphysurus et Nileus et jamais la plèvre ne glisse au delà de la saillie pandérienne. La disposition des nervures en arrière de l'organe facilite le glissement, tandis que leur inflexion en avant renforce la résistance au serrage. Dans le type Asaphus au contraire, la plèvre franchit fréquemment la saillie dont le rôle s'avère inconstant.

3° *Évolution.* — La série morphologique et, dans une certaine mesure, fonctionnelle que nous venons d'esquisser appelle l'idée d'une dérivation orthogénétique. Si l'absence de données complètes sur la phylogénie des Asaphidés empêche d'étudier dans le détail l'évolution de ce dispositif coaptatif, du moins le sens en est-il aisé à définir : dans le phyllum Symphysurus-Nileus, l'antériorité du genre Nileus ([3]) montre que *l'évolution s'est faite dans un sens régressif.*

L'hypothèse se trouve indirectement vérifiée par l'étude de l'ensemble des anneaux thoraciques d'un même individu. On observe, en effet, du 8ᵉ au 1ᵉʳ, à la fois une diminution progressive de la taille des organes de Pander et une augmentation graduelle de la largeur des rachis, c'est-à-dire le passage à des somites de plus en plus évolués.

Il semble légitime d'admettre *une orthogénèse qui, partant d'une* [*coaptation parfaite* au sens de L. Guénot ([4])], *celle de la longue crête du type Symphysurus, aboutit à une dystélie*, c'est-à-dire à un dispositif sans grande efficacité, *avec le bouton du type Asaphus.* Non seulement l'organe est devenu à peu près inutile, mais l'extrême fragilité du tégument adjacent ne devait pas laisser d'être un danger, et il est possible que certaines des perforations observées datent du vivant même de l'animal et aient été cause de sa mort.

([3]) P.-E. Raymond, *Trans. Royal Society of Canada*, Sect. IV, 1911, p. 113.

([4]) Guénot, *L'Adaptation*, 1925, p. 265.

CRYPTOGAMIE. — *Rôle physiologique de l'hématochrome des* Trentepohlia. Note de M. **Armand Hérisset**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Les Trentepohliacées sont des Algues qui renferment de l'hématochrome dans leurs éléments végétatifs. Chez les *Trentepohlia* angevins, il se montre très abondant et en grains fins dans les colonies à végétation normale; par contre, dans les souches à vitalité réduite, il est condensé en une ou quelques grosses gouttes. Il est absent dans les cellules gonidiales. C'est un caroténoïde dissous dans des gouttelettes lipidiques. Le rôle physiologique de cette substance complexe est fort discuté. Pour la plupart des auteurs, elle se comporterait comme un écran protecteur de la chlorophylle, en absorbant les rayons de petite longueur d'onde du spectre. Pour d'autres (Senn, Geitler), il s'agirait d'une substance de réserve.

De nouvelles observations nous montrent que l'hypothèse attribuant à l'hématochrome le rôle de substance de réserve est *seule capable* d'expliquer l'ensemble des faits expérimentaux : les cellules n'utilisent pas leur glucose pour produire de l'amidon, elles s'en servent *pour synthétiser le complexe lipochrome-solvant lipidique.*

Nous avons obtenu des colonies de *T. aurea* (L.) Mart. en cultures pures sur milieux naturels (tube renfermant un fragment d'ardoise, dont la base baigne dans l'eau de pluie ou l'eau de Loire). Au début, pendant la période de croissance plus active, l'hématochrome diminue et se montre au centre de la cellule en fines gouttes, comme si une certaine quantité était consommée. Puis, pendant la période de vie normale, il se rapproche de l'aspect dans la nature. Enfin, durant la phase qui précède la mort, il disparaît : *ces variations quantitatives nous permettent donc de suivre la vitalité de l'Algue* et ce sont ces faits qui nous avaient tout d'abord suggéré l'idée qu'il pourrait jouer le rôle de substance de réserve. Dans une telle culture mise à sécher à l'air libre, le pigment reprend son aspect normal, car la croissance étant arrêtée, il s'accumule dans la cellule. De même, nous avons observé que, dans les souches qui, à l'état libre, présentaient une vitalité réduite, le lipochrome se présente presque toujours en grosses gouttes : c'est que la croissance réduite permet à la matière de réserve de s'accumuler.

Des fragments d'Algue desséchés artificiellement ou naturellement montrent l'hématochrome condensé en une ou quelques grosses gouttes : de tels fragments mis en cultures, verdissent brusquement au bout de quelques jours : les filaments sont presque tous sans hématochrome, quelques-uns renferment de la chlorophylle, la plupart sont vides, morts. Ce comportement s'explique facilement avec notre hypothèse : au moment de la dessiccation, la croissance s'arrête, le pigment s'accumule dans les cellules; puis lors de la mise en culture, l'Algue végète quelque temps

en consommant ses réserves : d'où la disparition du lipochrome. Enfin, ayant épuisé celles-ci, l'Algue meurt lentement.

Par contre, dans les cultures faites aux températures comprises entre 0 et — 6°, qui sont celles où l'Algue végète le mieux, l'hématochrome présente un aspect identique à celui qu'il montre dans la nature.

Il est bon de remarquer que dans tous ces essais, l'éclairage n'a pas varié: la première hypothèse ne permet donc pas d'expliquer aucun des faits constatés.

Nous avons effectué des séries de cultures sur les milieux classiques glucosés, certains étant placés à l'obscurité : ce sont dans ces derniers que le pigment s'est montré le plus dense, il est si abondant même qu'il imprègne le substratum : s'il n'était qu'un écran, il devrait disparaître dans ces conditions. Par contre, si l'on admet qu'il est une matière de réserve, il est normal de le voir augmenter quand la plante se trouve dans des conditions de développement optima. Malgré l'abondante production des fructifications, qui consomme une grande quantité d'aliments, les conditions de vie sont si favorables que l'Algue peut produire une grande quantité de réserves.

Afin de mettre en évidence d'une manière absolue le rôle du lipochrome, nous avons repiqué un fragment de culture, obtenu à l'obscurité, sur un tube-ardoise contenant de l'eau distillée stérile et nous l'avons placé à l'obscurité : au bout de trois semaines, l'Algue est presque devenue verte. Un examen microscopique montre que le pigment a presque complètement disparu. L'Algue a donc végété en consommant ses réserves, c'est-à-dire l'hématochrome.

Quelques observations nouvelles, faites à l'occasion d'essais de synthèse de Graphidées, vont nous permettre de confirmer notre manière de voir : l'hypothèse classique explique bien que l'Algue-gonidie, enfermée à une certaine profondeur dans le liège, se trouve par là-même mieux protégée contre la lumière et fabrique moins d'hématochrome. Mais, dans nos essais de synthèse, même au début de la lichénisation, on note une réduction notable du pigment. A ce stade, l'Algue n'est pas sensiblement mieux protégée contre la lumière que si elle était complètement libre. Par contre, si l'hématochrome est une substance de réserve, on s'explique très bien que le Champignon étant très avide de glucose, cette substance dans l'Algue soit entièrement absorbée par celui-ci et ne puisse plus servir à la synthèse du pigment.

Enfin, un Lichen cultivé sur milieu glucosé montre des gonidies qui ne contiennent pas de caroténoïdes. Par contre, un *Trentepohlia* isolé d'une Graphidée et mis en culture sur milieu glucosé se charge de pigment comme l'Algue libre. Une culture identique placée devant une ampoule électrique de 50 W (dont la lumière est filtrée par une boîte de Petri remplie d'eau) n'a pas montré une quantité plus élevée de lipochrome, et celui-ci n'est pas apparu plus précocement.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la catalase des feuilles de* Prunus persica *et ses variations dans les tissus atteints de chlorose spécifique des sols calcaires.* Note (¹) de MM. **Gustave Drouineau** et **Pierre Gouny**, présentée par M. Maurice Javillier.

L'étude de la catalase des feuilles de *Prunus persica* a été faite sur des suspensions diluées et homogènes obtenues par broyage avec du sable pur, en présence d'un tampon. L'activité de la catalase a été mesurée par le dégagement d'oxygène libéré dans l'action de cette suspension sur une eau oxygénée neutre et de faible titre, en milieu tamponné. Nous avons vérifié la proportionnalité existant à chaque instant entre la quantité de catalase entrant en réaction et la quantité d'oxygène libéré pour le mode opératoire utilisé. Le dégagement d'oxygène est indépendant de la concentration du milieu en eau oxygénée pour des concentrations variant entre 0,40 et 0,70 N à 25°.

a. Influence de la température. — Le dégagement total d'oxygène est maximum entre 0 et 10°. Pour des températures supérieures cette quantité diminue, mais par contre la vitesse de dégagement augmente sensiblement. Le coefficient de van't Hoff, calculé pour un grand nombre de réactions, est voisin de 2 entre 0 et 40°. La destruction complète de la catalase de *Prunus persica* n'est obtenue qu'après le maintien des préparations à 70° pendant 1 heure.

b. Influence de la réaction. — L'optimum d'activité est compris entre pH 7,3 et pH 7,9. La baisse d'activité est beaucoup plus marquée en zone acide qu'en zone alcaline. Elle n'est plus que le quart du maximum à pH 6,4.

c. Inhibition de la catalase par les cyanures. — Cette inhibition se manifeste à partir d'une concentration en CNH du milieu variable suivant l'âge de la feuille et la saison. La concentration correspondant au seuil d'inhibition est comprise entre 5.10^{-5} et 1.10^{-3} à 25°. La sensibilité de la catalase est d'autant plus grande que la température est plus basse. A 10° la concentration 1.10^{-5} produit une forte diminution de la quantité totale d'oxygène dégagée, accompagnée d'une période de latence au début de la réaction pour des tissus dont la catalase résiste à une concentration 4.10^{-5} à 25°. Le problème de la sensibilité à CNH de la catalase des feuilles de *Prunus persica* revêt un intérêt particulier en raison de la présence de glucosides cyanogénétiques facilement hydrolysables dans leurs tissus. On constate que la catalase peut supporter des quantités de CNH nettement plus fortes que celles qui peuvent se former au maximum par hydrolyse dans les tissus broyés.

d. Teneur en catalase des feuilles atteintes de chlorose calcaire. — Cette

(¹) Séance du 19 novembre 1945.

teneur est sensiblement la même au début de la saison dans les tissus sains et malades. Elle décroît rapidement dans les feuilles chlorosées à partir du 15 mai, pour n'atteindre que le quart de celle des feuilles saines. Cette diminution de la catalase n'est pas en rapport avec celle de l'intensité respiratoire, qui est très peu marquée.

La même diminution de la catalase se retrouve dans les feuilles chlorosées de *Tydonias vulgaris* (Pers.) et de *Pyrus communis* (L.) cultivés en terrain calcaire.

CHIMIE AGRICOLE. — *Action sur les végétaux d'un accroissement local de la concentration du milieu en ions phosphoriques.* Note de MM. **Georges Barbier**, **Jean Chabannes** et **André Marquis**, présentée par M. Maurice Javillier.

Lorsqu'un engrais phosphaté a été enterré par un labour, ses ions phosphoriques sont retenus au voisinage immédiat des points d'incorporation des particules de phosphates, et diffusent peu dans la masse du sol. Nous avons recherché si un accroissement de la concentration des ions phosphoriques en certains points du milieu peut diminuer leur absorption par les racines dans le reste du milieu. Les engrais phosphatés auraient alors la faculté d'entraver l'absorption de l'acide phosphorique préexistant dans le sol, et la différence des quantités de phosphore contenues dans les récoltes en présence et en l'absence d'engrais ne représenterait pas l'action alimentaire réelle de l'engrais, contrairement à ce qu'on a admis jusqu'ici.

Dans des expériences de culture sur solutions en vases à deux compartiments, nous avons comparé deux lots de maïs, dont les uns étaient alimentés pour moitié par une solution riche en acide phosphorique (36^{mg} P^2O^5 par litre) et pour moitié par une solution pauvre (1^{mg},8). Les solutions étaient identiques par ailleurs (solutions nutritives complètes). On les renouvelait chaque jour par siphonnage et on les agitait fréquemment par barbotage d'air. Dans la solution pauvre associée à la solution riche, l'absorption de l'acide phosphorique est beaucoup moins forte que dans la solution pauvre associée à la solution pauvre. Autrement dit, lorsqu'une partie des racines se trouve suralimentée, le reste des racines s'alimente moins. Voici la moyenne de 6 résultats obtenus après 24 heures de contact des solutions nutritives, entre 9 et 14 jours après la différenciation des milieux :

P absorbé par le maïs dans la solution pauvre, pour 100 de P fourni.	
Solution pauvre associée à solution pauvre..................	+65 %
» » riche..................	+ 0,3

La solution pauvre associée à la solution riche a parfois donné lieu à une absorption négative d'acide phosphorique. L'absorption y demeure très petite lorsqu'on inverse les solutions en cours de culture.

La même expérience a été répétée dans de la terre, en vases et en plein

champ. De petits cylindres en toile métallique, ouverts aux deux extrémités et disposés verticalement à l'intérieur du sol, ont été remplis de terre additionnée de superphosphate. Nous appelons utilisation réelle de l'engrais la quantité d'acide phosphorique prélevée par les racines dans ces cylindres (déterminée par dosage de P total de la terre avant et après culture).

	Expériences sur orge	
	en vases sol brun calcaire.	en plein champ limon neutre.
P^2O^5 appliqué	200 mg/vase	60 kg/ha
P^2O^5 contenu dans la récolte en *présence* d'engrais phosphaté	153 »	55,5 »
P^2O^5 contenu dans la récolte en l'*absence* d'engrais phosphaté	86 »	46 »
Utilisation apparente de l'engrais	67 soit 33 %	9,5 soit 16 %
» réelle de l'engrais	120 60	31,5 52,5
P^2O^5 prélevé sur le sol en présence d'engrais	33	24,0

L'apport d'engrais a abaissé la quantité d'acide phosphorique prélevée sur le stock initial du sol de 86 à 33^{mg} en vases et de 46 à 24^{kg} en plein champ.

Conclusion. — Dans un milieu de concentration hétérogène en ions phosphoriques, l'absorption de ces ions par une racine en chaque point du milieu peut ne pas dépendre seulement de leur concentration en ce point, mais aussi de leurs concentrations dans tout le reste du milieu. Après un apport d'engrais phosphatés, les plantes prélèvent beaucoup moins d'acide phosphorique sur le stock préexistant dans le sol, qu'en l'absence d'engrais. On comprend ainsi pourquoi une application d'engrais phosphaté même soluble augmente généralement peu la quantité de phosphore exportée par les récoltes. Ce fait n'est pas dû essentiellement à une rétention de l'acide phosphorique de l'engrais par le pouvoir absorbant des sols étudiés, mais surtout à un mécanisme d'autorégulation purement physiologique.

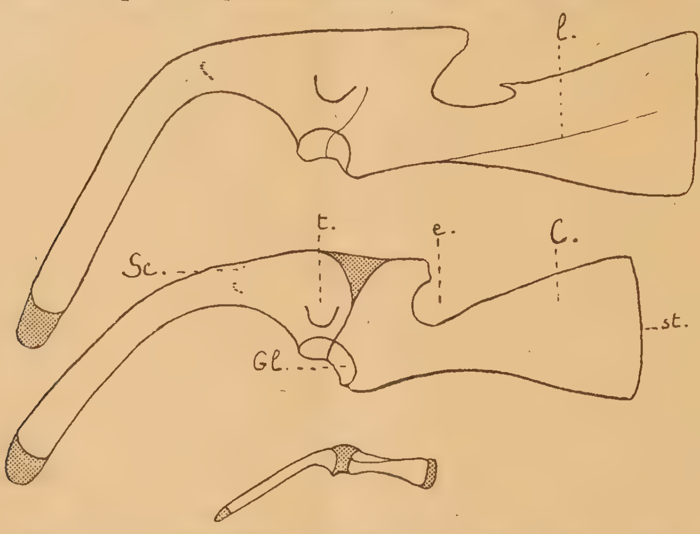
ANATOMIE COMPARÉE. — *Développement et interprétation de la ceinture scapulaire du Nandou* (Rhea). Note de M[lle] **Madeleine Friant**, présentée par M. Émile Roubaud.

La ceinture scapulaire du Nandou (*Rhea*) adulte se présente sous l'aspect d'une *barre* osseuse ininterrompue, plus large vers l'avant, au niveau de son articulation avec le sternum, mince vers l'arrière, où elle constitue un angle largement obtus vers le bas. Dans la cavité glénoïde, bien marquée, vient se placer la tête humérale.

La *barre* scapulaire de l'embryon, d'abord cartilagineuse, s'ossifie progressivement et, à l'éclosion, W. K. Parker (1868) a montré que ses extrémités et sa partie moyenne (qui comporte la cavité glénoïde), seules, ne sont pas ossifiées.

J'ai étudié la ceinture scapulaire d'un jeune Nandou chez lequel existe,

vers l'avant, un coracoïde tout à fait caractéristique et ossifié, nettement séparé, au niveau de la cavité glénoïde, d'un os postérieurement situé qui ne peut être que le scapulum, dont l'extrémité dorsale est encore cartilagineuse, de même que la partie antérieure, au-dessus de l'articulation



Trois stades du développement de la ceinture scapulaire des *Rheïdæ* (Nandou, *Rhea americana* Lath.), côté droit. — En bas, à l'éclosion, d'après W. K. Parker, G. N. × 3/4. — Au milieu, jeune Nandou, G. N. × 1/2. — En haut, Nandou presque adulte, G. N. × 1/2. — Sc, scapulum; t, tête du scapulum; C, coracoïde; e, échancrure coracoïdienne; st, facette sternale; Gl, cavité glénoïde; *l*, ligne intermusculaire. — Les parties cartilagineuses sont en grisé, les parties osseuses, en blanc.

scapulo-humérale. Chez un Nandou plus âgé, déjà presque adulte, la ligne de séparation du coracoïde et du scapulum, encore visible, montre que ce dernier os s'est surtout développé dans sa région antérieure, longtemps demeurée cartilagineuse, et, de ce mode de croissance, résulte un angle scapulaire plus accentué qu'au stade précédent.

La ceinture endosquelettique du Nandou comporte, en somme, les deux os typiques des Tétrapodes : coracoïde et scapulum. Il n'existe pas, chez cet Oiseau, de clavicule, élément de l'exosquelette présent chez certains Ratites et constant chez les Carinates. Par la forme et la position de ses éléments constituants, cette ceinture rappelle beaucoup celle des Reptiles archaïques, Pseudosuchiens et Chéloniens. Comme chez les plus primitifs d'entre eux [*Euparkeria* du Trias d'Afrique du Sud, *Triassochelys* du Trias d'Allemagne], chez le jeune Nandou les deux éléments demeurent séparés; mais, à l'âge adulte, ils sont unis, comme chez l'*Ornithosuchus* du Trias d'Afrique du Sud et les Tortues actuelles. A ce point de vue, les Chéloniens récents présentent d'ailleurs une évolution ontogénique [1] comparable à celle du Nandou.

De cette étude il résulte que la morphologie de la ceinture scapulaire des *Rheidæ* paraît dériver directement de celle des Reptiles, et ne peut être

[1] M. FRIANT, *Bulletin du Museum*, 2e série, 14, v, 1942, p. 303.

interprétée comme le résultat d'une modification régressive de la ceinture des Carinates, beaucoup plus spécialisée, dont les deux éléments endosquelettiques, disposés à angle aigu, sont toujours séparés chez l'adulte.

Avec des variantes, les caractères anatomiques des éléments scapulaires du Nandou se retrouvent chez les autres Ratites actuels et permettent de penser que ces Oiseaux singuliers sont bien les survivants d'un groupe aviaire archaïque.

ENTOMOLOGIE PHYSIOLOGIQUE. — *Premiers essais de purification de la substance qui attire le Doryphore vers les feuilles de Pomme de terre.* Note de M. **R. Chauvin**, présentée par M. Maurice Caullery.

Pour extraire des feuilles de Pomme de terre la substance qui attire les Doryphores, il faut épuiser la poudre de feuilles (desséchées pendant cinq heures à 95°) par l'alcool à 50°. Au bout de deux heures d'ébullition à reflux avec 10^{cm^3} d'alcool par gramme de feuilles, toute la substance attractive est passée dans le solvant. Après essorage au Buchner, on laisse refroidir la liqueur, on centrifuge et l'on réduit le volume par évaporation dans le vide à 30°, jusqu'à ce que 2^{cm^3} de liquide correspondent à 1^g de feuilles. On ajoute alors 10 volumes d'alcool absolu et l'on élimine l'abondant précipité brun et inactif. On concentre à nouveau dans le vide, jusqu'à ce que 1^{cm^3} de liqueur corresponde à 1^g de poudre; on ajoute 5 fois le volume d'éther et 4 fois le volume d'alcool absolu. Le précipité brun, adhérant aux parois du vase, est recueilli et dissous dans autant de centimètres cubes d'eau distillée qu'il y a de grammes de feuilles; on l'agite alors une heure avec $0^g,5$ de franconite par 5^{cm^3} de liqueur; on centrifuge et répète la même opération avec la même quantité de franconite fraîche; après une nouvelle centrifugation, la franconite est lavée avec quelques centimètres cubes d'eau distillée, et les eaux de lavage réunies au restant de la liqueur. On constate que la couleur de celle-ci, observée sous une faible épaisseur, n'est plus brun rouge comme au début, mais verdâtre. Elle est alors évaporée à sec dans le vide. On fait bouillir le résidu une heure, à reflux, avec autant de centimètres cubes d'alcool à 85° qu'il y a de grammes de feuilles; on recommence l'opération une autre fois avec de l'alcool neuf; le résidu, insoluble et inactif, est rejeté. On évapore à sec et dans le vide la liqueur alcoolique et fait bouillir le résidu une demi-heure, à reflux, avec un nombre de centimètres cubes d'alcool à 90° égal à la moitié du nombre de grammes de feuilles; on répète l'opération 2 fois encore avec de l'alcool neuf, et l'on rejette le résidu insoluble et inactif. Les liqueurs alcooliques sont réunies et évaporées à sec dans le vide, et l'on fait bouillir le résidu comme plus haut, avec de l'alcool à 95°, 3 fois renouvelé. Après élimination du résidu insoluble et évaporation à sec de la liqueur, on recommence encore l'opération avec de l'alcool absolu 4 fois renouvelé. Le résidu insoluble est rejeté et la liqueur évaporée à sec. On

reprend le résidu par un nombre de centimètres cubes d'alcool absolu *froid*, égal à la moitié du nombre de grammes de feuilles et l'on sépare le résidu insoluble; on répète 2 fois encore la dissolution par l'alcool froid, après évaporation de la liqueur et l'on se débarrasse ainsi d'une certaine quantité d'impuretés jaunâtres. La solution alcoolique finale est additionnée de 2 fois son volume d'acétate d'éthyle et le précipité blanc, floconneux et abondant est recueilli et conservé dans le vide phosphorique.

Propriétés. — La substance attractive, ainsi purifiée, se présente sous forme d'une poudre grisâtre extrêmement hygroscopique, très soluble dans l'eau, les alcools faibles, l'acétone hydratée, pas très soluble dans l'alcool absolu. La solution dans l'alcool absolu à chaud, portée à la glacière, laisse déposer, au bout de quelques jours, de très petits granules cristallins, fondant en se décomposant vers 155° (au bloc Maquenne). Les solutions varient du jaune vert au brun suivant la concentration; elles verdissent par le perchlorure de fer et par une trace de sulfhydrate d'ammoniaque; elles jaunissent très fortement et précipitent en jaune par l'ammoniaque et l'eau de baryte. Elles réduisent la liqueur de Fehling, et la réduisent 3 fois plus après hydrolyse de trois heures par l'acide sulfurique à 3 %. Il est donc permis de supposer, en première approximation, *qu'il s'agit d'un hétéroside*, peut-être voisin des flavones.

A tous les échelons de la purification, l'activité des produits était vérifiée sur des larves de doryphore du quatrième âge, à l'aide d'une technique de tests, mise au point par M. Raucourt et B. Trouvelot [1], mais que j'ai perfectionnée et précisée. Les méthodes et les résultats détaillés seront publiés dans un prochain Mémoire.

HYDROBIOLOGIE. — *Membrane biologique d'été d'un filtre à sable submergé.* Note de M. **Jacques Wautier**, présentée par M. Maurice Caullery.

Des prélèvements de membrane biologique ont été effectués dans les filtres à sable submergé d'Ivry-sur-Seine, aux différents mois de l'année 1944.

J'ai déjà décrit une membrane de printemps [1]. Je donnerai ici les résultats de l'examen d'une membrane d'été. Les échantillons ont été recueillis le 13 septembre 1944 dans le filtre n° 9, nettoyé le 19 août et fonctionnant depuis 26 jours. J'ai retrouvé dans cette membrane les deux zones signalées dans la membrane de printemps, zone superficielle lâche et encombrante, zone profonde serrée et peu épaisse.

1° La zone superficielle était constituée, à cette date, par un tapis d'*Hydrodictyon* de 20 à 30^{cm} d'épaisseur. Diverses espèces unicellulaires étaient fixées sur cette algue.

---

(1) *Ann. Épiphyt.*, **11**, 1936, pp. 52-98.

(1) *Comptes rendus*, **220**, 1945, pp. 371, 478 et 571.

L'examen de cette zone a donné les résultats suivants :

		%
Chlorococcales,	*Hydrodictyon reticulatum* (L.) Lag.	91
	Pediastrum boryanum (Turp.) Bréb.	3,1
Desmidiales,	*Closterium moniliferum* (Bory) Ehr.	1,1
	Cosmarium botrytis (Bory) Menegh.	1
	Cosmarium læve Raben.	0,8
Bacillariales,	*Melosira varians* Ag.	1,5
	Diatoma vulgare Bory	0,6
	Synedra ulna Ehr.	0,4
	Cocconeis placentula Ehr.	0,2
	Nitzschia linearis W. Sm.	0,2
	Synedra capitata Ehr.	0,1

La population animale se composait, pour 110 *Melosira varians*, de :

Ciliés,	*Carchesium* Ehr. species	13
	Euplotes charon Ehr.	3
	Lionotus fasciola Ehr.	1
	Stylonychia mytilus Ehr.	1
Rotifères,	*Dinocharis pocillum* O. F. Müller	1
Phyllopodes,	*Chirocephalus diaphanus* Prév.	1
Copépodes,	*Cyclops fuscus* Jurine	3
	» *strenuus* Fish.	2
Ostracodes,	*Cypris* O. F. Müller species	1

2° La zone profonde, de 5^{mm} d'épaisseur en moyenne, était, comme au printemps, constituée par un dépôt organominéral très richement peuplé. Voici la liste des espèces trouvées :

		%
Chlorococcales,	*Chlorella* B. species	44,2
	Scenedesmus costulatus Chod	10,9
	» *bijugatus* var. *flexuosus* Lem.	7,2
	» *quadricauda* var. *abundans* Kirch.	3,5
	» *bijugatus* var. *seriatus* Chod.	3
	» *carinatus* Chod.	2,9
	» *spinosus* Chod.	2,4
	Pediastrum boryanum var. *longicorne* Rein.	2
	» *tetras* Ehr.	1,9
	Scenedesmus quadricauda var. *horridus* Kirch.	1,5
	Cœlastrum cambrinum Arch.	0,8
	Scenedesmus brasiliensis Bohlin.	0,7
	Tetraedron caudatum Hansg.	0,5
	Pediastrum clathratum Schr.	0,5
Volvocales,	*Gonium pectorale* Müll.	16,6
Desmidiales,	*Cosmarium botrytis* Meneg.	1
	» *reniforme* (Ralfs) Arch.	0,7
Bacillariales,	*Navicula radiosa* Kütz	4
	Synedra acus Kütz.	2,3
	Melosira varians Ag.	2,2
	Fragilaria capucina Grun.	1,9
	Nitzschia linearis W. Sm.	1,5
	Synedra ulna Ehr.	0,7
	Navicula sphærophora Kütz.	0,7
	Amphora ovalis Kütz.	0,3
Chroococcales,	*Merismopedia glauca* (Ehr) Naeg.	1,7
Hormogonéales,	*Oscillatoria ornata* Kütz.	0,5

Les organismes animaux trouvés dans la zone profonde étaient les suivants, dans la proportion, pour 180 *Melosira varians* de :

Rhizopodes,	*Amœba guttula* Duj.	2
Flagellés,	*Bodo* Ehr. species	7
	Scytomonas Stein species	1
	Tetramitus rostratus Perty	3
	Trepomonas rotans Klebs	2
Ciliés,	*Coleps hirtus* Nitz	2
	Colpidium colpoda Stein	1
	Euplotes patella Ehr	2
	» *charon* Ehr	1
	Metopus sigmoïdes Clap et L.	1
	Pleuromma crassum Duj	1
Oligochètes,	*Ælosoma Hemprichi* Ehr.	1
Nématodes,	*Dorylaimus stagnalis* Duj	3
	Tylenchus filiformis Bütschli	2

Cette membrane d'été présente donc une structure identique à celle de la membrane de printemps. Mais la composition est modifiée, en rapport avec la saison. Le nombre des espèces a fortement augmenté. Les Chlorophycées sont devenues dominantes.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *L'action de l'aminothiazol sur la thyroïde du Triton normal et hypophysectomisé.* Note de M. **Herbert Tuchmann-Duplessis**, présentée par M. Maurice Caullery.

On connaît [1] une série de corps (thiourée, sulfoguanidine, sulfonamides, aminothiazol etc.), dont l'ingestion provoque à brève échéance, chez le Rat, une hypertrophie considérable de la thyroïde. Ces substances, tout en appartenant au point de vue chimique à deux groupes différents, présentent, au point de vue physiologique, un certain nombre de caractères communs : contrairement aux autres substances goitrigènes, elles agissent même en présence de fortes doses d'iode; elles peuvent être neutralisées par l'administration simultanée de thyroxine (Dempsey et Astwood); enfin elles exigent l'intégrité de l'antéhypophyse.

La participation hypophysaire dans le mécanisme d'action des substances goitrigènes a été établie par les auteurs anglo-saxons.

Deux faits l'attestent : les modifications structurales du lobe antérieur de l'hypophyse des Rats soumis à l'ingestion de thiourée (Griesbach, Kennedy, Mackenzie) et l'absence de réactions thyroïdiennes chez le Rat hypophysectomisé (Mackenzie).

Nous avons essayé d'étendre ces constatations au groupe des Batraciens, au moyen d'un nouveau corps de synthèse, l'aminothiazol (2921 R. P.), corps qui a fait l'objet d'un important Mémoire de Perrault, Bovet et Droguet.

(1) T. H. Kennedy, *Nature*, 150, 1942, p. 233; C. P. Richter et K. R. Clisby, *Arch. Path.*, 33, 1942, p. 46; C. G. et J. B. Mackenzie, *Endocrinology*, 32, 1943, p. 185; E. B. Astwood, *Pharm. Exper. Therap.*, 78, 1943, p. 79; E. W. Dempsey et E. B. Astwood, *Endocrinology*, 32, 1943, p. 509; A. S. Gordon, E. D. Goldsmith et H. H. Charriper, *Endocrinology*, 36, 1945, p. 53; Guy Laroche, *Ann. Endocr.*, 5, 1944, p. 192; M. Perrault, D. Bovet et P. Droguet, *Soc. Med. Hop., Paris*, 25, 1944, p. 355.

Technique. — Dix Tritons palmés (*Molge palmatus* Schn.) normaux et autant de sujets hypophysectomisés ont été soumis, au mois de juillet, à des injections quotidiennes de 1/20 de milligramme d'aminothiazol. Les sujets sont sacrifiés après six, huit et dix jours. Les thyroïdes, prélevées sur l'animal anesthésié à l'éther, ont été fixées au liquide de Bouin et colorées selon la technique de Mallory.

Nous avons décrit ailleurs (²) les modifications saisonnières de la thyroïde du Triton; nous ne rappellerons ici que l'aspect qu'elle revêt en juillet-août, période correspondant au début du repos fonctionnel.

Moyennement vascularisée, la thyroïde comporte une dizaine de grandes vésicules pourvues d'une colloïde épaisse, très chromophile. Les vacuoles chromophiles sont rares, l'épithélium glandulaire est, selon les vésicules, cubique ou franchement aplati.

Les modifications les plus frappantes des thyroïdes des animaux traités par l'aminothiazol consistent dans l'augmentation de la hauteur de l'épithélium, la diminution de la taille des vésicules et la substitution partielle à la colloïde chromophile d'une large couronne de vacuoles chromophobes. Dans la majorité des vésicules la colloïde chromophile ne subsiste plus que sous forme d'une tache triangulaire à bords dentelés. Ce n'est qu'exceptionnellement qu'on assiste à une fonte totale de la colloïde et à la formation de boyaux épithéliaux pleins. L'épithélium glandulaire est composé de grandes cellules cylindriques, à limites bien visibles, pourvues d'un gros noyau hyperchromatique. Les mitoses sont rares.

Somme toute, l'aspect de la thyroïde des Tritons injectés d'aminothiazol rappelle, à l'intensité près, celui des animaux sacrifiés au printemps, lors de la reprise fonctionnelle de la thyroïde. Chez le Triton hypophysectomisé, par contre, la thyroïde conserve, malgré l'apport de l'aminothiazol, un aspect sensiblement identique à celui des témoins. Les vésicules sont distendues par une abondante colloïde chromophile, bordée de rares vacuoles chromophobes. L'épithélium glandulaire reste bas et l'on ne constate pas de mitoses.

Nos observations montrent que la thyroïde du Triton réagit à l'introduction de l'aminothiazol dans le même sens que celle du Rat. Cependant, aux doses employées, cette réaction est moins intense et ne comporte qu'une résorption partielle de la colloïde et des phénomènes prolifératifs discrets.

Cette image paradoxale d'hyperfonctionnement de la thyroïde n'est pas sans rappeler ce que nous avons observé au niveau de l'hypophyse des Cobayes injectés de fortes doses d'hormone gonadotrope. Ces hypophyses présentent, malgré leur hypertrophie et l'augmentation numérique des cellules basophiles, une diminution de leur pouvoir gonadotrope.

(²) *Bull. Hist. Appl.*, 2, 1945, p. 17.

Dans les deux cas, on se trouve en présence d'une hypertrophie compensatrice, consécutive à une stimulation extérieure, qui conduit à l'épuisement de l'organe.

La différence de comportement de la thyroïde des animaux normaux et hypophysectomisés confirme des données bien établies pour d'autres substances goitrigènes. Les modifications thyroïdiennes du Triton normal se conçoivent si l'on admet que l'apport de l'aminothiazol diminue la synthèse de l'hormone thyroïdienne et engendre, par là même, une libération accrue de l'hormone thyréotrope de l'hypophyse, qui, à son tour, exerce son effet stimulant sur la thyroïde.

MICROBIOLOGIE. — *Sur les modalités des interactions bactériennes : effets antagonistes et inductions de transformations dans les propriétés des germes.* Note de MM. **André Boivin**, **Albert Delaunay**, **Roger Vendrely** et M[me] **Yvonne Lehoult**, présentée par M. Gaston Ramon.

Nous avons montré (¹) que les Colibacilles peuvent exister sous de très nombreux types distincts. Les types simultanément présents dans la flore fécale diffèrent beaucoup de sujet à sujet et, chez un même sujet, d'une semaine à l'autre, et même d'un jour à l'autre. Nous nous sommes préoccupés des interactions possibles entre des colibacilles différents appelés à vivre dans le même milieu nutritif et avons effectué de multiples expériences dans cette direction, depuis trois ans. Nous voudrions en résumer ici les principaux enseignements.

Nous avons fait appel à diverses techniques : ensemencement simultané ou successif de deux types Colibacillaires dans le même milieu liquide; ensemencement simultané ou successif de deux Colibacilles dans deux parties distinctes d'un même milieu séparées par une cloison poreuse (bougie filtrante) ou par une membrane de collodion; ensemencement d'un Colibacille dans le filtrat d'une culture d'un autre Colibacille. Le milieu couramment utilisé a été le bouillon de viande peptoné ordinaire.

Pour plus de commodité, désignons par A et B les deux types colibacillaires considérés. En règle générale, la culture, antérieure ou simultanée de A dans un milieu, n'empêche pas la multiplication active de B. Parfois cependant, le développement de A inhibe totalement ou du moins gêne considérablement le développement de B. D'autres fois B pousse bien, mais en subissant des transformations dans ses propriétés biochimiques ou antigéniques.

L'inhibition peut être due à deux causes bien distinctes : ou bien A porte en mode inapparent un phage très actif sur B (²), ou bien A élabore

(¹) A. Boivin, L. Corre et Y. Lehoult, *C. R. Soc. Biol.*, **136**, 1942, pp. 98, 257 et 432; **137**, 1943, pp. 42, 138, 410 et 714; *Bull. Acad. Méd.*, **127**, 1943, pp. 95, 125 et 162; *Rev. Immunol.*, **7**, 1942, p. 97.

(²) Nous avons rencontré cette situation à plusieurs reprises. Le phage est caractérisé

des substances antibiotiques exerçant une action bactériostatique sur B [3]. Nous ignorons tout de la nature chimique de ces substances antibiotiques libérées par les Colibacilles; au surplus, elles ne paraissent pas douées d'une haute activité. Au cours de leurs expériences de *parabiose* avec membrane de collodion, Lisbonne, Nègre, Roman et Seigneurin [4] ont déjà rencontré de pareilles actions antagonistes d'un germe sur le développement d'un autre (ils étudiaient des *Brucella*).

Dans le cas d'une transformation de B, il peut s'agir de modifications biochimiques, B s'alignant en quelque sorte sur A quant à son comportement vis-à-vis de tel ou tel substrat. Ce phénomène a déjà été rencontré, lui aussi, par Lisbonne et ses collaborateurs. Mais souvent aussi il s'agit de modifications antigéniques : usuellement B perd son antigène somatique et se dégrade en forme rugueuse; quelquefois, pourtant, il change de type et acquiert la spécificité de A. Dans une Note précédente [5], nous avons rapporté un cas de transformation simultanée des propriétés biochimiques et de la spécificité antigénique chez un Colibacille, et nous avons précisé la nature chimique du principe inducteur libéré par l'autre colibacille : c'est un acide thymonucléique hautement polymérisé. Mais des expériences encore en cours, et dont nous rendrons compte ultérieurement, semblent indiquer que l'induction, chez B, d'une activité biochimique nouvelle, calquée sur celle de A, et cela sans modification corrélative de la spécificité antigénique, peut résulter parfois, tout simplement, d'un contact prolongé avec les produits de fermentation du substrat en cause, sans intervention d'une macromolécule nucléique quelconque.

L'antagonisme microbien, dont à juste titre il a été tant parlé depuis la découverte de la pénicilline, n'est donc que l'un des aspects possibles des interactions entre deux Bactéries apparentées, interactions qui, au total, doivent jouer un grand rôle dans la nature, en commandant, pour une part, l'établissement des flores microbiennes saprophytes et pathogènes, dans le sol, dans les eaux etc., sur les muqueuses, dans l'intestin, dans les plaies etc.

A 16h 10m l'Académie se forme en Comité secret.

---

par le phénomène de la lyse *transmissible* qu'il peut provoquer sur milieu liquide, et par l'apparition, sur gélose, des plages vierges auxquelles il donne naissance. On sait que la majorité des souches qu'on isole des matières fécales sont ainsi porteuses de phages en mode inapparent (souches *lysogènes*).

(3) Cette action bactériostatique n'est pas transmissible en série, ce qui exclut l'intervention d'un phage. Depuis la découverte de la pénicilline, de très nombreux travaux sont venus démontrer la production, par maintes Bactéries, de substances antibiotiques actives sur d'autres Bactéries.

(4) *Ann. Institut Pasteur*, 61, 1938, p. 822.

(5) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 646.

Sur la proposition d'une Commission composée de MM. **Maurice de Broglie**, **Louis de Broglie**, **Paul Langevin** et **Frédéric Joliot**, l'Académie, suivant la suggestion de l'Académie Royale Hollandaise des Sciences, adopte le vœu suivant, qui sera transmis à M. le Président du Gouvernement provisoire de la République :

L'Académie des Sciences de l'Institut de France considère :

1° que, comme résultat de la recherche scientifique, l'énergie intraatomique a été mise à la disposition de la collectivité humaine en tant que nouvelle source d'énergie;

2° que, en conséquence, de très larges possibilités s'offrent d'elles-mêmes pour une meilleure économie du monde;

3° que, cependant, ces possibilités ont été développées tout d'abord sous la forme de la bombe atomique, douée d'un horrible pouvoir de destruction;

4° que le monde de la Science, qui a créé ces possibilités, est pleinement conscient de ses responsabilités à ce sujet;

5° qu'il est inadmissible, au point de vue du développement de la Science et des conséquences qui en résultent pour le bien-être social et pour la santé publique, que les résultats de la recherche scientifique puissent être tenus secrets.

En conséquence, l'Académie fait appel au sens de leur responsabilité des gouvernements et des institutions scientifiques pour qu'ils orientent leur action vers les applications bienfaisantes de la recherche scientifique pour la civilisation, à l'exclusion de celles qui peuvent la menacer.

L'Académie exprime en outre le désir que le monde de la Science soit mis à même de participer de manière effective et permanente aux discussions sur ces problèmes.

La séance est levée à 16h45m.

L. B.

ERRATA.

(Séance du 7 mai 1945.)

Note de M. *Marcel Brelot*, Sur l'allure des fonctions harmoniques à la frontière :

Page 676, note (2), *au lieu de* 65, 1941, p. 72, *lire* 68, 1944, p. 12.

Page 678, théorème 2, *lire* le début comme suit : Reprenons Ω de complémentaire non polaire, en particulier borné, et sur $\overset{\star}{\Omega}$ une fonction borélienne, bornée hors tout voisinage de Q....